

- шашынын зарыл жана жетиштүү шарттары [Текст] / [Ч.Х. Абдуллаева, М.Х. Абдулазизова, Б.Т. Адиева и др.] // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУМУ, 2021. - №2. – С. 13- 20.
8. **Абдуллаева, Ч.Х.** Төрт ченемдүү E_4 евклиддик мейкиндикте (f, D_3) түгөйүнүн квазикошмок сызыктарынын жашашы жөнүндө [Текст] / [Ч.Х. Абдуллаева, Ч.А. Мустапакулова, Ж. Алимova и др.] // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУМУ, 2022. - № 1. – С. 52- 58.
9. **Абдуллаева, Ч.Х.** Необходимое и достаточное условия неподвижности координатных прямых в частичном отображении трехмерного евклидова пространства... [Текст] / [Ч.Х. Абдуллаева, К. Жамшитбек кызы, К. Элчибек уулу] // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУУ, 2019. - №1. – С. 35-40.
10. **Абдуллаева, Ч.Х.** О существовании неподвижных прямых в частичном отображении трехмерного евклидова пространства [Текст] / [Ч.Х. Абдуллаева, К. Жамшитбек кызы, О.М. Кенжаев] // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУУ, 2019. - №1. – С. 31-35.

DOI:10.54834/16945220_2022_3_32

Поступила в редакцию 20.05.2022 г.

УДК 514.75

Матиева Г.*д. ф.-м.н., проф. Ошского государственного университета, Кыргызская Республика***Абдуллаева Ч.Х.***к. ф.-м.н, доц. Кырг.-Узб. Межд. универ. им. Б. Сыдыкова, Кыргызская Республика***Рустамова Н.О.***магистрант Ошского государственного университета, Кыргызская Республика*

E_5 ЕВКЛИДДИК МЕЙКИНДИГИНДЕ f_5^4 БӨЛҮКТӨП ЧАГЫЛТУУСУНУН КВАЗИКОШМОК СЫЗЫКТАРЫНЫН ЖАШАШЫ ЖӨНҮНДӨ

Изилдөөнүн предмети катары беш ченемдүү евклиддик E_5 мейкиндикти бөлүктөп чагылтуу жараяны каралат. Изилдөөнүн максаты болуп E_5 мейкиндигин бөлүктөп чагылтуунун квазикошмок сызыктарынын жашашынын зарыл жана жетиштүү шарттарын табуу эсептелинет. Изилдөөлөрдө: Картандын сырткы формалар жана кыймылдуу репер методдору колдонулду. Бул жумушта евклиддик беш ченемдүү мейкиндикти бөлүктөп чагылтууга тиешелүү маселе каралган. $\Omega \subset E_5$ аймагында ушундай жылма сызыктардын көптүгү берилген: ар бир $X \in \Omega$ чекити аркылуу берилген көптүктүн бирден гана сызыгы өтөт. Ушул сызык үчүн Френенин реperi боло тургандай кыймылдуу репер тандалып алынган. Бул репердин координаталык векторлорунун интегралдык сызыктары Френенин торчосун түзүшөт. Ушул торчонун ω_2 сызыгынын жанымасында F_5^4 чекити инварианттык түрдө аныкталат. X чекити Ω аймагында кыймылга келгенде F_5^4 чекити өзүнүн $\Omega_5^4 \subset E_5$ аймагын сызып чыгат. Натыйжада $f_5^4(X) = F_5^4$ болгон $f_5^4: \Omega \rightarrow \Omega_5^4$ бөлүктөп чагылтуусу аныкталат. Үч ченемдүү бөлүштүрүүлөргө таандык болушкан сызыктардын f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыктар болушунун зарыл жана жетиштүү шарттары изилденген. Изилдөөнүн жыйынтыгында үч ченемдүү бөлүштүрүүлөргө таандык болушкан сызыктардын каралып жаткан f_5^4 бөлүктөп чагылтуусу үчүн квазикошмок сызыктар болушунун зарыл жана жетиштүү шарттары табылган. Үч ченемдүү бөлүштүрүүлөргө таандык болушкан сызыктардын f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыктары болушунун зарыл жана жетиштүү шарттарын изилдөө макалада алгачкы ирет изилденип жаткандыктан, алынган жыйынтыктар жаңы болуп эсептелинери көрсөтүлгөн. Алынган жыйынтыктар дифференцирленүүчү чагылтуулар теориясында колдонуу үчүн сунушталат.

Негизги сөздөр: евклиддик мейкиндик; Френенин реperi; Френенин торчосу; бөлүктөп чагылтуу; бөлүштүрүү; квазикошмок сызык.

О СУЩЕСТВОВАНИИ КВАЗИДВОЙНЫХ ЛИНИЙ ЧАСТИЧНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ f_5^4 В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ E_5

В данной работе рассмотрена задача, относящаяся к частным отображениям 5- мерного евклидова пространства. В области $\Omega \subset E_5$ задано семейство гладких линий так, что через каждую точку $X \in \Omega$ проходит одна линия заданного семейства. Выбран подвижный репер так, чтобы он был репером Френе для линии заданного семейства. Интегральные линии координатных векторных полей этого репера образуют сеть Френе. На касательной к линии ω^2 этой сети инвариантным образом определяется точка F_5^4 . Когда точка X смещается в области Ω , точка F_5^4 описывает свою область

$\Omega_5^4 \subset E_5$. Таким образом получается частичное отображение $f_5^4 : \Omega \rightarrow \Omega_5^4$ такое, что $f_5^4(X) = F_5^4$. Исследованы необходимые и достаточные условия для того, чтобы линии, принадлежащие трехмерным распределениям, являлись квазидвойными линиями частичного отображения f_5^4 . Предметом исследования является процесс частичного отображения пятимерного евклидова пространства E_5 . Цель исследования - найти необходимые и достаточные условия существования квазидвойных линий частичного отображения пространства E_5 . В исследовании использовались: метод внешних форм Картана и метод подвижного репера. В результате исследования были найдены необходимые и достаточные условия существования квазидвойных линий для рассматриваемого частичного отображения f_5^4 линий, принадлежащих трехмерным распределениям. Исследования необходимых и достаточных условий для того, чтобы линии, принадлежащие трехмерным распределениям, являлись квазидвойными линиями частичного отображения f_5^4 рассмотрено впервые, поэтому полученные результаты являются новыми. Полученные результаты рекомендуется для использования в теории дифференцируемых отображений

Ключевые слова: евклидово пространство; репер Френе; сеть Френе; частичное отображение; распределение; квазидвойная линия.

ABOUT EXISTENCE OF A QUASIO-DOUBLE LINES OF THE PARTIAL MAPPING f_5^4 IN SPACE E_5

It is considered the problem related to partial mapping of 5-dimensional Euclidean space E_5 . A family of smooth lines is given in the domain $\Omega \subset E_5$ so that through each point $X \in \Omega$ passes one line of a given family. A movable frame is chosen so that it was Frenet's frame for the line of the given family. The integral lines of the coordinate vectors fields of this frame form a Frenet's net. On a tangent to the line ω^2 of this net a point F_5^4 is defined in an invariant way. When the point X moves in the domain Ω the point F_5^4 describes its domain $\Omega_5^4 \subset E_5$. In this way we get a partial mapping $f_5^4 : \Omega \rightarrow \Omega_5^4$ such that $f_5^4(X) = F_5^4$. The necessary and sufficient conditions for the lines belonging to 3-dimensional distributions, were quasi-double lines of the partial mapping f_5^4 . The subject of research is the process of partial mapping of the five-dimensional Euclidean space E_5 . The purpose of the study is to find the necessary and sufficient conditions for the existence of quasi-double lines of a partial space mapping f_5^4 . The study used: the method of external forms of Cartan and the method of moving reпер. As a result of the study, necessary and sufficient conditions for the existence of quasi-double lines for the considered partial mapping of lines belonging to three-dimensional distributions were found. The study of necessary and sufficient conditions for lines belonging to three-dimensional distributions to be quasi-double lines of a partial mapping f_5^4 is considered for the first time, so the results obtained are new. The results obtained are recommended for use in the theory of differentiable mappings.

Key words: euclidean space; Frenet frame; net of Frenet; partial mapping; distribution; quasi-double line.

Киришүү. $\Omega \subset E_5$ мейкиндигинин Ω аймагында ушундай жылма сызыктардын көптүгү берилген $X \in \Omega$ ар бир чекити аркылуу берилген көптүктүн бирден гана сызыгы өтөт. Ортонормаланган $\mathfrak{R} = (X, \vec{e}_i)$ ($i, j, k = \overline{1,5}$) реперин Ω аймагында бул репер берилген көптүктүн ω^1 сызыгы үчүн Френенин репери [1], [2] боло тургандай тандап алабыз. \mathfrak{R} реперинин деривациондук формулалары төмөнкүдөй көрүнүштө болушат:

$$d\vec{X} = \omega^i \vec{e}_i, d\vec{e}_i = \omega_i^k \vec{e}_k. \quad (1)$$

Мындагы ω^i, ω_i^k дифференциалдык формалары евклидик мейкиндиктин структуралык теңдемелерин канааттандырышат:

$$D\omega^i = \omega^k \wedge \omega_k^i, D\omega_i^k = \omega_i^j \wedge \omega_j^k, \omega_i^i + \omega_j^j = 0. \quad (2)$$

\vec{e}_i вектордук талааларынын интегралдык сызыктары берилген көптүктүн ω^1 сызыгы үчүн Френенин торчосун [1]. \sum_5 түзүшөт. \mathfrak{R} репери \sum_5 , торчосунун сызыктарынын жанымаларына тургузулгандыктан, ω_i^k формалары башкы формалар болушат, б.а.

$$\omega_i^k = A_j^k \omega^j. \quad (3)$$

(2) формулалардын акыркы барабардыгын эске алсак, анда төмөндөгү келип чыгат:

$$\Lambda_{ij}^k = -\Lambda_{ji}^k. \quad (4)$$

(3) барабардыкты сырттан дифференцирлеп төмөндөгүнү алабыз:

$$D\omega_i^k = d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j + \Lambda_{ij}^k D\omega^j.$$

Мындан, (2) формуланы колдонсок, төмөндөгү келип чыгат:

$$\omega_i^j \wedge \omega_j^k = d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j + \Lambda_{ij}^k \wedge \omega^\ell \wedge \omega_\ell^j.$$

(3) формуланын негизинде акыркы барабардык төмөндөгүдөй көрүнүшкө келет:

$$\omega_i^j \wedge \Lambda_{j\ell}^k \omega^\ell = d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j - \Lambda_{ij}^k \omega_\ell^j \wedge \omega^\ell$$

же

$$\Lambda_{j\ell}^k \omega_i^j \wedge \omega^\ell = d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j - \Lambda_{ij}^k \wedge \omega_\ell^j \wedge \omega^\ell.$$

(барабардыктын оң жагындагы экинчи мүчөдө жана индекстеринин ордун алмаштырдык). Мындан төмөндөгүнү алабыз:

$$d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j - \Lambda_{i\ell}^k \omega_j^\ell \wedge \omega^j - \Lambda_{j\ell}^k \omega_i^j \wedge \omega^\ell = 0$$

же

$$(d\Lambda_{ij}^k - \Lambda_{i\ell}^k \omega_j^\ell - \Lambda_{j\ell}^k \omega_i^j) \wedge \omega^j = 0.$$

Акыркы барабардыкка Картандын леммасын [3] колдонуп төмөндөгүгө ээ болобуз:

$$d\Lambda_{ij}^k - \Lambda_{i\ell}^k \omega_j^\ell - \Lambda_{j\ell}^k \omega_i^j = \Lambda_{ijm}^k \omega^m$$

же

$$d\Lambda_{ij}^k = (\Lambda_{ijm}^k + \Lambda_{i\ell}^k \Lambda_{jm}^\ell + \Lambda_{j\ell}^k \Lambda_{im}^\ell) \omega^m. \quad (5)$$

Чондуктардын $\{\Lambda_{ij}^k, \Lambda_{ijm}^k\}$ системасы экинчи тартиптеги геометриялык объекти түзүшөт.

Берилген көптүктүн ω^j сызыгы үчүн Френенин формулалары төмөндөгүдөй көрүнүштө болушат:

$$\begin{aligned} d_1 \vec{e}_1 &= \Lambda_{11}^2 \vec{e}_2, \\ d_1 \vec{e}_2 &= \Lambda_{21}^1 \vec{e}_1 + \Lambda_{21}^3 \vec{e}_3, \\ d_1 \vec{e}_3 &= \Lambda_{31}^2 \vec{e}_2 + \Lambda_{31}^4 \vec{e}_4, \\ d_1 \vec{e}_4 &= \Lambda_{41}^3 \vec{e}_3 + \Lambda_{41}^5 \vec{e}_5, \\ d_1 \vec{e}_5 &= \Lambda_{51}^4 \vec{e}_4, \end{aligned}$$

$$\text{жана } \Lambda_{11}^3 = -\Lambda_{11}^3 = 0, \Lambda_{11}^4 = -\Lambda_{41}^1 = 0, \Lambda_{11}^5 = -\Lambda_{51}^1 = 0 \quad (6)$$

$$\Lambda_{21}^5 = -\Lambda_{51}^2 = 0, \Lambda_{21}^4 = -\Lambda_{41}^2 = 0, \Lambda_{31}^5 = -\Lambda_{51}^3 = 0. \quad (7)$$

Мындагы $k_1^l = \Lambda_{11}^2, k_2^l = \Lambda_{21}^3, k_3^l = \Lambda_{31}^4, k_4^l = \Lambda_{41}^5 = -\Lambda_{51}^4$ - ω^l сызыгынын биринчи, экинчи, үчүнчү жана төртүнчү ийриликти (тиешелеш түрдө), $d_l - \omega^l$ сызыгы боюнча дифференцирлөөнүн символу.

\sum_5 торчосунун ω^i сызыгынын жанымасындагы F_i^j ($i \neq j$) псевдофокусу төмөндөгүдөй радиус – вектор менен аныкталат:

$$\vec{F}_i^j = \vec{X} - \frac{1}{\Lambda_j^i} \vec{e}_i = \vec{X} + \frac{1}{\Lambda_j^i} \vec{e}_i \quad (8)$$

Ар бир (X, \vec{e}_i) жанымасында төрттөн псевдофокус жашайт:

$$(X, \vec{e}_1) \text{ жанымасында } -F_1^2, F_1^3, F_1^4, F_1^5$$

$$(X, \vec{e}_2) \text{ жанымасында } -F_2^1, F_2^3, F_2^4, F_2^5$$

$$(X, \vec{e}_3) \text{ жанымасында } -F_3^1, F_3^2, F_3^4, F_3^5,$$

$$(X, \vec{e}_4) \text{ жанымасында } -F_4^1, F_4^2, F_4^3, F_4^5,$$

$$(X, \vec{e}_5) \text{ жанымасында } -F_5^1, F_5^2, F_5^3, F_5^4.$$

$\Omega \subset E_5$ аймагындагы \sum_5 торчосу Френенин циклдик торчосу деп аталат, эгерде төмөндөгү реперлер бир учурда $\omega^1, \omega^2, \omega^3, \omega^4, \omega^5$ сызыктары үчүн (тиешелеш түрдө) Френенин реперлери болушса: $\mathfrak{R}_1 = (X, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5), \mathfrak{R}_2 = (X, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5, \vec{e}_1), \mathfrak{R}_3 = (X, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5, \vec{e}_1, \vec{e}_2), \mathfrak{R}_4 = (X, \vec{e}_4, \vec{e}_5, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3), \mathfrak{R}_5 = (X, \vec{e}_5, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4).$

\sum_5 торчосу Френенин циклдик торчосу болсун деп эсептейли жана аны $\tilde{\Sigma}_5$ Көрүнүшүндө белгилейбиз.

Изилдөөнүн материалдары.

$F_5^4 \in (X, \vec{e}_5)$ псевдофокусу төмөндөгүдөй радиус-вектору менен аныкталат:

$$\vec{F}_5^4 = \vec{X} - \frac{1}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_5 = \vec{X} + \frac{1}{\Lambda_{44}^5} \vec{e}_5. \quad (9)$$

X чекити $\Omega \subset E_5$ аймагында кыймылга келгенде, F_5^4 чекити өзүнүн $\Omega_5^4 \subset E_5$ аймагын сызып чыгат. Натыйжада төмөндөгүдөй бөлүктөп чагылтууга ээ болобуз:

$$f_5^4 : \Omega \rightarrow \Omega_5^4, f_5^4(X) = F_5^4.$$

(9) барабарсыздыкты дифференцирлеп, деривациондук формулаларды колдонуп, төмөндөгүнү алабыз:

$$d\vec{F}_5^4 = d\vec{X} - d\left(\frac{1}{\Lambda_{54}^4}\right)\vec{e}_5 - \frac{1}{\Lambda_{54}^4} d\vec{e}_5 = \omega^i \vec{e}_i - \frac{d\Lambda_{54}^4}{(\Lambda_{54}^4)^2} \vec{e}_5 + \frac{1}{\Lambda_{54}^4} \omega^i \vec{e}_i.$$

(3), (5) формулаларды эске алсак

$$d\vec{F}_5^4 = \omega^i \vec{e}_i + \frac{(\Lambda_{54m}^4 + \Lambda_{5\ell}^4 \Lambda_{4m}^\ell + \Lambda_{\ell 4}^4 \Lambda_{5m}^\ell)}{(\Lambda_{54}^4)^2} \vec{e}_5 - \frac{\Lambda_{5m}^i \omega^m}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_i$$

келип чыгат.

$$D_{54m}^4 = \Lambda_{54m}^4 + \Lambda_{5\ell}^4 \Lambda_{4m}^\ell + \Lambda_{\ell 4}^4 \Lambda_{5m}^\ell$$

белгилөөсүн киргизебиз. Анда

$$d\vec{F}_5^4 = \omega^i \vec{e}_i + \frac{D_{54m}^4 \omega^m}{(\Lambda_{54}^4)^2} \vec{e}_5 - \frac{\Lambda_{5m}^i \omega^m}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_i$$

келип чыгат. Акыркы барабардыкты төмөндөгүдөй жазууга болот:

$$\begin{aligned} d\vec{F}_5^4 = & \left[\vec{e}_1 + \frac{D_{541}^4}{(\Lambda_{54}^4)^2} \vec{e}_5 - \frac{\Lambda_{51}^i}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_i \right] \omega^1 + \left[\vec{e}_2 + \frac{D_{542}^4}{(\Lambda_{54}^4)^2} \vec{e}_5 - \frac{\Lambda_{52}^i}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_i \right] \omega^2 + \\ & + \left[\vec{e}_3 + \frac{D_{543}^4}{(\Lambda_{54}^4)^2} \vec{e}_5 - \frac{\Lambda_{53}^i}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_i \right] \omega^3 + \left[\vec{e}_4 + \frac{D_{544}^4}{(\Lambda_{54}^4)^2} \vec{e}_5 - \frac{\Lambda_{54}^i}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_i \right] \omega^4 + \\ & + \left[\vec{e}_5 + \frac{D_{545}^4}{(\Lambda_{54}^4)^2} \vec{e}_5 - \frac{\Lambda_{55}^i}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_i \right] \omega^5. \end{aligned}$$

F_5^4 төмөндөгүдөй белгилөөлөрдү кабыл алабыз:

$$\begin{aligned} \vec{d}_1 &= \vec{e}_1 + \frac{D_{541}^4}{(\Lambda_{54}^4)^2} \vec{e}_5 - \frac{\Lambda_{51}^i}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_i ; \\ \vec{d}_2 &= \vec{e}_2 + \frac{D_{542}^4}{(\Lambda_{54}^4)^2} \vec{e}_5 - \frac{\Lambda_{52}^i}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_i ; \\ \vec{d}_3 &= \vec{e}_3 + \frac{D_{543}^4}{(\Lambda_{54}^4)^2} \vec{e}_5 - \frac{\Lambda_{53}^i}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_i ; \\ \vec{d}_4 &= \vec{e}_4 + \frac{D_{544}^4}{(\Lambda_{54}^4)^2} \vec{e}_5 - \frac{\Lambda_{54}^i}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_i ; \\ \vec{d}_5 &= \vec{e}_5 + \frac{D_{545}^4}{(\Lambda_{54}^4)^2} \vec{e}_5 - \frac{\Lambda_{55}^i}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_i . \end{aligned}$$

Анда акыркы барабардык $d\vec{F}_5^4 = \omega^i \vec{d}_i$ көрүнүшүнө келет. $\vec{\Sigma}_5$ торчосу Френенин циклдик торчосу болгондуктан \vec{d}_i вектору төмөндөгүдөй болушат:

$$\begin{aligned} \vec{d}_1 &= \vec{e}_1 - \frac{\Lambda_{51}^4}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_4 + \frac{D_{541}^4}{(\Lambda_{54}^4)^2} \vec{e}_5; \\ \vec{d}_2 &= -\frac{\Lambda_{52}^4}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \frac{\Lambda_{52}^4}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_4 + \frac{D_{542}^4}{(\Lambda_{54}^4)^2} \vec{e}_5; \\ \vec{d}_3 &= -\frac{\Lambda_{53}^4}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_1 - \frac{\Lambda_{53}^4}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_4 + \vec{e}_3 + \frac{D_{543}^4}{(\Lambda_{54}^4)^2} \vec{e}_5; \end{aligned} \tag{10}$$

$$\vec{d}_4 = -\frac{\Lambda_{54}^4}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_1 + \frac{D_{544}^4}{(\Lambda_{54}^4)^2} \vec{e}_5;$$

$$\vec{d}_5 = -\frac{\Lambda_{55}^4}{\Lambda_{54}^4} \vec{e}_1 + \left[1 + \frac{D_{545}^4}{(\Lambda_{54}^4)^2} \right] \vec{e}_5.$$

$\Delta_{(123)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон α сызыгын карайбыз.

Анын жаныма вектору $\vec{\alpha} = \alpha^1 \vec{e}_1 + \alpha^2 \vec{e}_2 + \alpha^3 \vec{e}_3$ болот. $f_5^4(\alpha) = \vec{\alpha}$ сызыгынын жаныма векторун табабыз:

$$\vec{\alpha} = \alpha^1 \vec{d}_1 + \alpha^2 \vec{d}_2 + \alpha^3 \vec{d}_3 = (\alpha^1 + \alpha^2 d_2^1 + \alpha^3 d_3^1) \vec{e}_1 + \alpha^2 \vec{e}_2 + \alpha^3 \vec{e}_3 + (\alpha^1 d_1^4 + \alpha^2 d_2^4 + \alpha^3 d_3^4) \vec{e}_4 + (\alpha^1 d_1^5 + \alpha^2 d_2^5 + \alpha^3 d_3^5) \vec{e}_5.$$

$\vec{\alpha}, \vec{\alpha}, \overline{XF_5^4} \in \Delta_{(123)}$ шартынан төмөндөгү келип чыгат:

$$\alpha^1 d_1^4 + \alpha^2 d_2^4 + \alpha^3 d_3^4 = 0;$$

$$\alpha^1 d_1^5 + \alpha^2 d_2^5 + \alpha^3 d_3^5 = 0.$$

Мындан (10) формулаларды эске алуу менен төмөндөгүнү алабыз:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Lambda_{51}^4 \alpha^1 + \Lambda_{52}^4 \alpha^2 + \Lambda_{53}^4 \alpha^3 = 0; \end{array} \right. \quad (11)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{541}^4 \alpha^1 + D_{542}^4 \alpha^2 + D_{543}^4 \alpha^3 = 0, \end{array} \right. \quad (12)$$

Демек,

$$\alpha^1 = \begin{vmatrix} \Lambda_{52}^4 & \Lambda_{53}^4 \\ D_{542}^4 & D_{543}^4 \end{vmatrix}; \alpha^2 = \begin{vmatrix} \Lambda_{53}^4 & \Lambda_{51}^4 \\ D_{543}^4 & D_{541}^4 \end{vmatrix}; \alpha^3 = \begin{vmatrix} \Lambda_{51}^4 & \Lambda_{52}^4 \\ D_{541}^4 & D_{542}^4 \end{vmatrix} \quad (13)$$

Ошентип, $\Delta_{(123)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон α сызыгы f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазикосмоок сызыгы болушу үчүн анын жаныма векторунун координаталары (13) шарттарды канааттандырышы зарыл жана жетиштүү.

Эми $\Delta_{(124)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон β сызыгын алалы. Анын жаныма вектору $\vec{\beta} = \beta^1 \vec{e}_1 + \beta^2 \vec{e}_2 + \beta^4 \vec{e}_4$ болот. $f_5^4(\beta) = \vec{\beta}$ сызыгынын жаныма вектору төмөндөгүдөй болот:

$$\vec{\beta} = \beta^1 \vec{d}_1 + \beta^2 \vec{d}_2 + \beta^4 \vec{d}_4 = \beta^1 (\beta^1 + \beta^2 d_2^1 + \beta^4 d_4^1) \vec{e}_1 + \beta^2 \vec{e}_2 + (\beta^1 d_1^4 + \beta^2 d_2^4) \vec{e}_4 + (\beta^1 d_1^5 + \beta^2 d_2^5 + \beta^4 d_4^5) \vec{e}_5.$$

$\vec{\beta}, \vec{\beta}, \overline{XF_5^4} \in \Delta_{(124)}$ шартынан

$$\beta^1 d_1^5 + \beta^2 d_2^5 + \beta^4 d_4^5 = 0$$

келип чыгат 10) формулаларды эске алсак, анда акыркы барабардык төмөндөгүдөй көрүнүшкө келет:

$$D_{541}^4 \beta^1 + D_{542}^4 \beta^2 + D_{544}^4 \beta^4 = 0 \quad (14)$$

Демек, $\Delta_{(124)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон β сызыгы f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазишмок сызыгы болушу үчүн (14) шарттардын орун алышы зарыл жана жетиштүү.

Эми $\Delta_{(125)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон γ сызыгын карайлы. Анын жаныма вектору $\vec{\gamma} = \gamma^1 \vec{e}_1 + \gamma^2 \vec{e}_2 + \gamma^5 \vec{e}_5$ болот. $f_5^4(\gamma) = \vec{\gamma}$ сызыгынын жаныма векторун табабыз:

$$\begin{aligned} \vec{\gamma} &= \gamma^1 \vec{d}_1 + \gamma^2 \vec{d}_2 + \gamma^5 \vec{d}_5 = (\gamma^1 + \gamma^2 d_2^1 + \gamma^5 d_5^1) \vec{e}_1 + \gamma^2 \vec{e}_2 + (\gamma^1 d_1^4 + \gamma^2 d_2^4) \vec{e}_4 + \\ &\quad + (\gamma^1 d_1^5 + \gamma^2 d_2^5 + \gamma^5 d_5^5) \vec{e}_5. \end{aligned}$$

$\vec{\gamma}, \vec{\delta}, \vec{X}F_5^4 \in \Delta_{(125)}$ шартынан төмөндөгү келип чыгат:

$$\gamma^1 d_1^4 + \gamma^2 d_2^4 = 0.$$

(10) формулаларды эске алсак, анда акыркы барабардык төмөндөгүдөй жазылат:

$$\Lambda_{51}^4 \gamma^1 + \Lambda_{52}^4 \gamma^2 = 0 \quad (15)$$

$\Delta_{(234)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон δ сызыгын карайлы. Анын жаныма вектору $\vec{\delta} = \delta^2 \vec{e}_2 + \delta^3 \vec{e}_3 + \delta^4 \vec{e}_4$ болот. $f_5^4(\delta) = \vec{\delta}$ сызыгынын жаныма вектору төмөндөгүдөй аныкталат:

$$\begin{aligned} \vec{\delta} &= \delta^2 \vec{d}_2 + \delta^3 \vec{d}_3 + \delta^4 \vec{d}_4 = (\delta^2 d_2^1 + \delta^3 d_3^1 + \delta^4 d_4^1) \vec{e}_1 + \delta^2 \vec{e}_2 + \delta^3 \vec{e}_3 + \\ &\quad + (\delta^2 d_2^4 + \delta^3 d_3^4) \vec{e}_4 + (\delta^4 d_2^5 + \delta^3 d_3^5 + \delta^4 d_4^5) \vec{e}_5. \end{aligned}$$

$\vec{\delta}, \vec{\gamma}, \vec{X}F_5^4 \in \Delta_{(234)}$ шартынан төмөндөгүнү алабыз:

$$\begin{cases} \delta^2 d_2^1 + \delta^3 d_3^1 + \delta^4 d_4^1 = 0; \\ \delta^2 d_2^5 + \delta^3 d_3^5 + \delta^4 d_4^5 = 0. \end{cases}$$

Мындан (10) формулаларды эске алсак, төмөндөгү келип чыгат:

$$\begin{cases} \Lambda_{52}^1 \delta^2 + \Lambda_{53}^1 \delta^3 + \Lambda_{54}^1 \delta^4 = 0; \\ D_{542}^4 \delta^2 + D_{543}^4 \delta^3 + D_{544}^4 \delta^4 = 0. \end{cases}$$

Демек,

$$\delta^2 = \begin{vmatrix} \Lambda_{53}^1 & \Lambda_{54}^1 \\ D_{543}^4 & D_{544}^4 \end{vmatrix}; \delta^3 = \begin{vmatrix} \Lambda_{54}^1 & \Lambda_{52}^1 \\ D_{544}^4 & D_{542}^4 \end{vmatrix}; \delta^4 = \begin{vmatrix} \Lambda_{52}^1 & \Lambda_{53}^1 \\ D_{542}^4 & D_{543}^4 \end{vmatrix} \quad (16)$$

Ошентип, $\Delta_{(234)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон δ сызыгы f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазигошмок сызыгы болушу үчүн анын жаныма векторунун координаталары (16) шартты канааттандырышы зарыл жана жетиштүү.

$\Delta_{(235)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон s сызыгын карайбыз. Анын жаныма вектору $\vec{s} = s^2 \vec{e}_2 + s^3 \vec{e}_3 + s^5 \vec{e}_5$ болот. $f_5^4(s) = \vec{s}$ сызыгынын жаныма вектору төмөндөгүдөй табылат:

$$\begin{aligned} \vec{s} &= s^2 \vec{d}_2 + s^3 \vec{d}_3 + s^5 \vec{d}_5 = (s^2 d_2^1 + s^3 d_3^1 + s^5 d_5^1) \vec{e}_1 + s^2 \vec{e}_2 + s^3 \vec{e}_3 + \\ &+ (s^2 d_2^4 + s^3 d_3^4) \vec{e}_4 + (s^2 d_2^5 + s^3 d_3^5 + s^5 d_5^5) \vec{e}_5. \end{aligned}$$

$\vec{s}, \vec{s}, \overrightarrow{XF_5^4} \in \Delta_{(235)}$ шартынан төмөндөгүнү алабыз:

$$\begin{cases} s^2 d_2^1 + s^3 d_3^1 + s^5 d_5^1 = 0; \\ s^2 d_2^4 + s^3 d_3^4 = 0. \end{cases}$$

(10) формулаларды эске алсак, акыркы барабардыктар төмөндөгү көрүнүшкө келишет:

$$\begin{cases} \Lambda_{52}^1 s^2 + \Lambda_{53}^1 s^3 + \Lambda_{55}^1 s^5 = 0; \\ \Lambda_{52}^4 s^2 + \Lambda_{53}^4 s^3 = 0. \end{cases}$$

Мындан

$$s^2 = \begin{vmatrix} \Lambda_{53}^1 & \Lambda_{55}^1 \\ \Lambda_{53}^4 & 0 \end{vmatrix}; \quad s^3 = \begin{vmatrix} \Lambda_{55}^1 & \Lambda_{52}^1 \\ 0 & \Lambda_{52}^4 \end{vmatrix}; \quad s^5 = \begin{vmatrix} \Lambda_{52}^1 & \Lambda_{53}^1 \\ \Lambda_{52}^4 & \Lambda_{53}^4 \end{vmatrix} \quad (17)$$

келип чыгат. Тескерисинче, эгерде (17) орун алса, анда $\Delta_{(235)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон S сызыгы f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазигошмок сызыгы болот.

$\Delta_{(345)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон t сызыгын карайбыз. Анын жаныма вектору $\vec{t} = t^3 \vec{e}_3 + t^4 \vec{e}_4 + t^5 \vec{e}_5$ болот. $f_5^4(t) = \vec{t}$ сызыгынын жаныма вектору төмөндөгүдөй табылат:

$$\vec{t} = t^3 \vec{d}_3 + t^4 \vec{d}_4 + t^5 \vec{d}_5 = (t^3 d_3^1 + t^4 d_4^1 + t^5 d_5^1) \vec{e}_1 + t^3 \vec{e}_3 + t^3 d_3^4 \vec{e}_4 + (t^3 d_3^5 + t^4 d_4^5 + t^5 d_5^5) \vec{e}_5.$$

$\vec{t}, \vec{t}, \overrightarrow{XF_5^4} \in \Delta_{(345)}$ шартынан төмөндөгү келип чыгат:

$$t^3 d_3^1 + t^4 d_4^1 + t^5 d_5^1 = 0.$$

Мындан (10) формулаларды эске алсак:

$$\Lambda_{53}^1 t^3 + \Lambda_{54}^1 t^4 + \Lambda_{55}^1 t^5 = 0. \quad (18)$$

Тескерисинче айтуу да орун алат, демек, $\Delta_{(345)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон t сызыгы ар дайым f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазигошмок сызыгы болушу үчүн (18) шарт орун алышы зарыл жана жетиштүү.

Эми $\Delta_{(145)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон p сызыгын карайлы. Анын жаныма вектору $\vec{p} = p^1 \vec{e}_1 + p^4 \vec{e}_4 + p^5 \vec{e}_5$ болот. $f_5^4(p) = \vec{p}$ сызыгынын жаныма вектору төмөндөгүдөй аныкталат:

$$\vec{p} = p^1 \vec{d}_1 + p^4 \vec{d}_4 + p^5 \vec{d}_5 = (p^1 + p^4 d_4^1 + p^5 d_5^1) \vec{e}_1 + p^1 d_1^4 \vec{e}_4 + (p^1 d_1^5 + p^4 d_4^5 + p^5 d_5^5) \vec{e}_5.$$

Мындан $\vec{p}, \vec{p}, \overline{XF_5^4} \in \Delta_{(145)}$ шарты ар дайым орун ала тургандыгын көрөбүз.

Демек, $\Delta_{(145)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон p сызыгы f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазигошмок сызыгы болот.

Эми $\Delta_{(134)}$ бөлүктөп чагылтуусуна таандык болгон q сызыгын карайлы. Анын жаныма вектору $\vec{q} = q^1 \vec{e}_1 + q^3 \vec{e}_3 + q^4 \vec{e}_4$ болот. $f_5^4(q) = \vec{q}$ сызыгынын жаныма векторун табабыз:

$$\vec{q} = q^1 \vec{d}_1 + q^3 \vec{d}_3 + q^4 \vec{d}_4 = (q^1 + q^3 d_3^1 + q^4 d_4^1) \vec{e}_1 + q^3 \vec{e}_3 + (q^1 d_1^4 + q^3 d_3^4) \vec{e}_4 + (q^1 d_1^5 + q^3 d_3^5 + q^4 d_4^5) \vec{e}_5.$$

$\vec{q}, \vec{q}, \overline{XF_5^4} \in \Delta_{(134)}$ шартынан төмөндөгү келип чыгат:

$$q^1 d_1^5 + q^3 d_3^5 + q^4 d_4^5 = 0$$

же

$$D_{541}^4 q^1 + D_{543}^4 q^3 + D_{544}^4 q^4 = 0. \quad (19)$$

Демек, $\Delta_{(134)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон q сызыгы f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазигошмок сызыгы болушу үчүн (19) шарттын орун алышы зарыл жана жетиштүү.

$\Delta_{(245)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон θ сызыгын карайлы. Анын жаныма вектору $\vec{\theta} = \theta^2 \vec{e}_2 + \theta^4 \vec{e}_4 + \theta^5 \vec{e}_5$ болот. $f_5^4(\theta) = \vec{\theta}$ сызыгынын жаныма векторун табабыз:

$$\vec{\theta} = \theta^2 \vec{d}_2 + \theta^4 \vec{d}_4 + \theta^5 \vec{d}_5 = (\theta^2 d_2^1 + \theta^4 d_4^1 + \theta^5 d_5^1) \vec{e}_1 + \theta^2 \vec{e}_2 + \theta^2 d_2^4 \vec{e}_4 + (\theta^2 d_2^5 + \theta^4 d_4^5 + \theta^5 d_5^5) \vec{e}_5.$$

$\vec{\theta}, \vec{\theta}, \overline{XF_5^4} \in \Delta_{(245)}$ шартынан төмөндөгү келип чыгат:

$$\theta^2 d_2^1 + \theta^4 d_4^1 + \theta^5 d_5^1 = 0.$$

Мындан (10) формулаларды эске алуу менен төмөндөгүнү алабыз:

$$\Lambda_{52}^1 \theta^2 + \Lambda_{54}^1 \theta^4 + \Lambda_{55}^1 \theta^5 = 0. \quad (20)$$

Тескерисинче, (20) шарт орун алса, анда $\Delta_{(245)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон θ сызыгы f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыгы болот.

$\Delta_{(135)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон μ сызыгын карайбыз. Анын жаныма вектору $\vec{\mu} = \mu^1 \vec{e}_1 + \mu^3 \vec{e}_3 + \mu^5 \vec{e}_5$ болот. $f_5^4(\mu) = \vec{\mu}$ сызыгынын жаныма векторун табалы:

$$\begin{aligned} \vec{\mu} &= \mu^1 \vec{d}_1 + \mu^3 \vec{d}_3 + \mu^5 \vec{d}_5 = (\mu^1 + \mu^3 d_3^1 + \mu^5 d_5^1) \vec{e}_1 + \mu^3 \vec{e}_3 + (\mu^1 d_1^4 + \mu^3 d_3^4) \vec{e}_4 + \\ &\quad + (\mu^1 d_1^5 + \mu^3 d_3^5 + \mu^5 d_5^5) \vec{e}_5. \end{aligned}$$

$\vec{\mu}, \vec{\mu}, \overrightarrow{XF_5^4} \in \Delta_{(135)}$ шартынан

$$\mu^1 d_1^4 + \mu^3 d_3^4 = 0$$

келип чыгат. Мындан (10) формулаларды эске алуу менен

$$\Lambda_{51}^4 \mu^1 + \Lambda_{53}^4 \mu^3 = 0 \quad (21)$$

шартына ээ болобуз. Демек, $\Delta_{(135)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон μ сызыгы f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыгы болушу үчүн (21) шартынын орун алышы зарыл жана жетиштүү.

Жыйынтыктар:

Жогорудагы изилдөөлөрдүн негизинде төмөндөгүдөй теорема орун алат.

Теорема 1) $\Delta_{(123)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон α сызыгы f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун (демек, $(f_5^4, \Delta_{(123)})$ түгөйүнүн да) квазикошмок сызыгы болушу үчүн (13) шарт орун алышы зарыл жана жетиштүү;

2) $\Delta_{(124)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон β сызыгы f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыгы болушу үчүн (14) шарт орун алышы зарыл жана жетиштүү;

3) $\Delta_{(125)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон γ сызыгы f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыгы болушу үчүн (15) шарт орун алышы зарыл жана жетиштүү;

4) $\Delta_{(234)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон δ сызыгы f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыгы болушу үчүн бул сызыктын жаныма векторунун координаталары (16) көрүнүштө болушу зарыл жана жетиштүү;

5) $\Delta_{(235)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон S сызыгы f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыгы болушу үчүн анын жаныма векторунун координаталары (17) шарттарын канааттандырышы зарыл жана жетиштүү;

6) $\Delta_{(345)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон t сызыгы ар дайым f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыгы болушу үчүн (18) шарт орун алышы зарыл жана жетиштүү;

7) $\Delta_{(145)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон p сызыгы ар дайым f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыгы болот;

8) $\Delta_{(134)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон q сызыгы f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыгы болушу үчүн (19) шарт орун алышы зарыл жана жетиштүү;

- 9) $\Delta_{(245)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон θ сызыгы f^4_5 бөлүктөп чагылтуусунун квази-кошмок сызыгы болушу үчүн (20) шарт орун алышы зарыл жана жетиштүү;
- 10) $\Delta_{(135)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон μ сызыгы f^4_5 бөлүктөп чагылтуусунун квази-кошмок сызыгы болушу үчүн (21) шарт орун алышы зарыл жана жетиштүү.

Адабияттардын тизмеси:

1. **Рашевский, П.К.** Риманова геометрия и тензорный анализ [Текст] / П.К. Рашевский. – М.: Наука, 1967. – С. 481-482.
2. **Схоутен, И.А.** Введение в новые методы дифференциальной геометрии [Текст] / И.А. Схоутен, Д.Дж. Стройк. – М.: ИЛ, 1948. – Т. 2. – 348 с.
3. **Фиников, С.П.** Метод внешних форм Картана в дифференциальной геометрии [Текст] / С.П. Фиников. – М-Л.: Гостехиздат, 1948. – 432 с.
4. **Базылев, В.Т.** О многомерных сетях в евклидовом пространстве [Текст] / В.Т. Базылев // Литовский математический сборник. – 1966. - № 4. – С. 475-491.
5. **Матиева, Г.** Геометрия частичных отображений, сетей и распределений евклидова пространства [Текст]: монография / Г. Матиева. – Ош, 2003. – С. 212-219.
6. **Базылев, В.Т.** О фундаментальных объектах плоских многомерных сетей [Текст] / В.Т. Базылев // Известия ВУЗов Математика. – 1967. – С. 3-11.
7. **Абдуллаева, Ч.Х.** E6 евклидик мейкиндигинде $((f^5_1, \Delta_4))$ түгөйүнүн квази-кошмок сызыгынын жашашынын зарыл жана жетиштүү шарттары [Текст] / [Ч.Х. Абдуллаева, М.Х. Абдулазизова, Б.Т. Адиева и др.] // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУМУ, 2021. - №2. – С. 13- 20.
8. **Абдуллаева, Ч.Х.** Төрт ченемдүү E4 евклидик мейкиндикте $(f, D3)$ түгөйүнүн квази-кошмок сызыктарынын жашашы жөнүндө [Текст] / [Ч.Х. Абдуллаева, Ч.А. Мустапакулова, Ж. Алимova и др.] // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУМУ, 2022. - № 1. – С. 52- 58.
9. **Абдуллаева, Ч.Х.** Необходимое и достаточное условия неподвижности координатных прямых в частичном отображении трехмерного евклидова пространства... [Текст] / [Ч.Х. Абдуллаева, К. Жамшитбек кызы, К. Элчибек уулу] // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУУ, 2019. - №1. – С. 35-40.
10. **Абдуллаева, Ч.Х.** О существовании неподвижных прямых в частичном отображении трехмерного евклидова пространства [Текст] / [Ч.Х. Абдуллаева, К. Жамшитбек кызы, О.М. Кенжаев] // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУУ, 2019. - №1. – С. 31-35.

DOI:10.54834/16945220_2022_3_39

Поступила в редакцию 20.05.2022 г.

УДК 372.851

Халматов А.А.

к.ф.-м.н., доцент Кыргызско-Узбекского Междун. универ. им. Б.Сыдыкова, Кыргызская Республика

Дадажанова Г.А.

преп. Кыргызско-Узбекского Междун. универ. им. Б.Сыдыкова, Кыргызская Республика

Аббазова К.А.

преп. Кыргызско-Узбекского Междун. универ. им. Б.Сыдыкова, Кыргызская Республика

Сайфиддин к. Н.

магистрант Кыргызско-Узбекского Междун. универ. им. Б. Сыдыкова, Кыргызская Республика

**КУРАМЫНДА ЭКИ ЖАНА АНДАН КӨП МОДУЛДУК ТУЮНТМАЛАР
КАТЫШКАН МОДУЛДУК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИ ЧЕЧИМДЕРИН АНЫКТООНУН
АНАЛИЗИ**

Макалада курамында эки же андан көп модулдук туюнтмалар катышкан модулдук теңдемелердин чечимин аныктоо каралган. Жооптору аралык көрүнүштө чыгатурган модулдук теңдемелердин чечимин аныктоо жана анализдөө изилдөөнүн предмети болуп саналат. Чечимди аныктоодо үч усул каралган: стандарттык (модулдун эрежеси негизинде), аралыктар усулу жана MathCad математикалык пакеттин графикалык мүмкүнчүлүктөрдөн пайдаланып чечимди визуалдаштыруу усулу. Чечимди