ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 514.75

Абдуллаева Ч.Х.
к. ф-м. н., доцент Кыргызско –Узбекского Межд. универ. им. Б. Сыдыкова, Кыргызская Республика
Абдулазизова М.Х.
магистрант Ошского государственного университета, Кыргызская Республика
Адиева Б.Т.
магистрант Ошского государственного университета, Кыргызская Республика
Кулматова Б.У.
магистрант Ошского государственного университета, Кыргызская Республика

E_6 ЕВКЛИДДИК МЕЙКИНДИГИНДЕ $\left(f_1^5, \Delta_4\right)$ ТҮГӨЙҮНҮН КВАЗИ-КОШМОК СЫЗЫГЫНЫН ЖАШАШЫНЫН ЗАРЫЛ ЖАНА ЖЕТИШТҮҮ ШАРТТАРЫ

Бул изилдөө заманбап дифференциалдык геометриянын тездик менен өнүгүп келе жаткан багыттарына таандык, тактап айтканда: көп түспөлдүүлүктөрдөгү дифференцирленүүчү чагылтуусунун геометриясы жана торчодогу жылма көп түспөлдүүлүктөрдүн геометриясы. Изилдөөдө евклиддик мейкиндиктеги берилген бөлүштүрүүлөрдөгү жекече чагылтуулар жана бөлүштүрүү, торчолор жана чагылтуулар теорияларынын арасындагы тыгыз байланыштар үйрөнүлөт. Изилдөө учурунда квази-кошмок сызыгынын жашашынын зарыл жана жетиштүү шарттарын далилдөө максатын көздөйт.Изилдөөнүн методдору: Картан тышкы формалар жана кыймылдуу репер методу $\Omega \subset E_6$ аймагында ар бир $X \in \Omega$ чекити аркылуу берилген торчонун бир сызыгы өтө тургандай жылма сызыктардын классы берилген. $\Re = \left(X, \vec{e}_i\right) \left(i, j, k = \overline{1,6}\right)$ кыймылдуу репери бул торчонун ω^1 сызыгы үчүн Френенин репери боло тургандай тандалып алынган. $\vec{e}_i$ вектордук талааларынын интегралдык сызыктары Σ_6 Френенин торчосун түзүшөт. Σ_6 торчосунун ω^1 сызыгынын жанымасында инварианттык түрдө $F_1^5 \in \left(X, \vec{e}_1\right)$ чекити аныкталат. X чекити Ω аймагында кыймылга келгенде F_1^5 псевдофокусу өзүнүн Ω_1^5 аймагын сызып чыгат. Мындан $f_1^5(X) = F_1^5$ боло тургандай $f_1^5 : \Omega \to \Omega_1^5$ чагылтуусуна ээ болобуз. $\left(f_1^5, \Delta_4\right)$ түгөйүнүн квази-кошмок сызыгынын жашашынын зарыл жана жетиштүү шарттары далилденди, мында $\Delta_4 = \left(X, \vec{e}_1, \vec{e}_4, \vec{e}_5, \vec{e}_6\right)$ – төрт ченемдүү бөлүштүрүү.

Негизги сөздөр: *евклиддик мейкиндик; Френенин репери; Френенин торчосу; бөлүктөп чагылтуу; бөлүштүрүү.*

НЕОБХОДИМОЕ И ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ СУЩЕСТВОВАНИЯ КВАЗИДВОЙНОЙ ЛИНИИ ПАРЫ $\left(f_1^5, \Delta_4\right)$ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ E_6

Это исследование относится к быстро развивающимся областям современной дифференциальной геометрии, а именно: геометрия дифференцируемых отображений гладких многообразий и геометрия сети на гладких многообразиях. В исследованиях изучаются частичные отображения евклидова пространства, порожденные заданным распределением, и выявляются тесные связи между теориями отображений, сетей и распределений. Задавая-6-мерное *распределение в некоторых областях евклидова пространства определяется инвариантным образом, ортогонально дополнительным к заданному распределению. Цель исследования - доказать необходимые и достаточные условия существования квазидвойной линии. Методы исследования: метод внешних форм Картана и подвижной репер. В области* $\Omega \subset E_6$ *рассмотрено семейство гладких линий так, что через каждую точку* $X \in \Omega$ *проходит одна линия заданного семейства. Подвижной репер* $\Re = \left(X, \vec{e}_i\right) \left(i, j, k = \overline{1,6}\right)$ *является репером Френе для линии* ω^1 *заданного семейства. Интегральные линии векторных полей* $\vec{e}_i$ *образуют сеть* Σ_6 *Френе. На касательной линии* ω^1 *сети* Σ_6 *инвариантным образом определяется точка* $F_1^5 \in \left(X, \vec{e}_1\right)$. *Когда точка* X *смещается в области* Ω, *псевдофокус* F_1^5 *описывает свою область* Ω_1^5. *Этим определяется частичное отображение* $f_1^5 : \Omega \to \Omega_1^5$ *такое, что* $f_1^5(X) = F_1^5$. *Доказаны необходимое и достаточное условия существования квазидвойной линии пары* $\left(f_1^5, \Delta_4\right)$, где $\Delta_4 = \left(X, \vec{e}_1, \vec{e}_4, \vec{e}_5, \vec{e}_6\right)$ *– четырехмерное распределение.*

Ключевые слова: *евклидово пространство; репер Френе; сеть Френе; частичное отображение; распределение.*

NECESSARY AND SUFFICIENT CONDITIONS FOR EXISTENCE OF A QUASIO-DOUBLE LINE OF A PAIR $\left(f_1^5, \Delta_4\right)$ IN EUCLIDEAN SPACE E_6

This research belongs to the rapidly developing areas of modern differential geometry, namely: the geometry of differentiable mappings of smooth manifolds and the geometry of a network on smooth manifolds. The research examines the partial mappings of the Euclidean space generated by a given distribution, and reveals the close connections between the theories of mappings, networks and distributions. Specifying a 6-dimensional distribution in some areas of Euclidean space is determined in an invariant way, orthogonally complementary to the given distribution. The purpose of the study is to prove the necessary and sufficient conditions for the existence of a quasi-double line. Research methods: Cartan's method of external forms and a movable benchmark.This study relates to the rapidly developing areas of modern differential geometry, which is: the geometry of differentiable maps of smooth manifolds and network geometry on smooth manifolds. It is considered a set of smooth lines such that through a point $X \in \Omega$ *passed one line of given set in domain* $\Omega \subset E_6$. *The moving frame* $\Re = \left(X, \vec{e}_i\right) \left(i, j, k = \overline{1,6}\right)$ *is frame of Frenet for the line* ω^1 *of the given set. Integral lines of the vector fields* $\vec{e}_i$ *are formed net* Σ_6 *of Frenet. There exists a point* $F_1^5 \in \left(X, \vec{e}_1\right)$ *on the tangent of the line* ω^1. *When a point* X *is shifted in the domain* Ω, *the point* F_1^5 *describes it's domain* Ω_1^5 *in* E_5. *It is defined the partial mapping* $f_1^5 : \Omega \to \Omega_1^5$, *such that* $f_1^5(X) = F_1^5$. *Necessary and sufficient conditions of existence of a quasio-double line of a pair* $\left(f_1^5, \Delta_4\right)$ $\left(\Delta_4 = \left(X, \vec{e}_1, \vec{e}_4, \vec{e}_5, \vec{e}_6\right)\right)$ *are proved.*

Key words: *euclidean space; Frenet frame; net of Frenet; partial mapping; distribution.*

Введение. В области Ω евклидова пространства E_6, задано семейство гладких линий так, что через каждую точку $X \in \Omega$ проходит одна линия заданного семейства. Подвижной ортонормированный репер $\Re = \left(X, \vec{e}_i\right)$ $\left(i, j, k = 1,2,3,4,5,6\right)$ в области Ω выбран так, чтобы он был репером Френе [1], [2] для линии ω^1 заданного семейства. Деривационные формулы репера $\Re$ имеют вид:

$$d\vec{X} = \omega^i \vec{e}_i ,\ d\vec{e}_i = \omega_i^k \vec{e}_k . \tag{1}$$

Формы ω^i, ω_i^k удовлетворяют структурным уравнениям евклидова пространства:

$$D\omega^i = \omega^k \wedge \omega_k^i ,\ D\omega_i^k = \omega_i^j \wedge \omega_j^k ,\ \omega_i^j + \omega_j^i = 0 . \tag{2}$$

Интегральные линии векторных полей $\vec{e}_i$ образуют сеть Френе Σ_6 для линии ω^1 заданного семейства. Поскольку репер $\Re$ построен на касательных к линиям сети Σ_5, формы ω_i^k становятся главными, т.е.

$$\omega_i^k = \Lambda_{ij}^k \omega^j . \tag{3}$$

В силу последнего равенства формулы (2) имеем:

$$\Lambda_{ij}^k = -\Lambda_{kj}^i . \tag{4}$$

Дифференцируя внешним образом равенство (3) получим:

$$D\omega_i^k = d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j + \Lambda_{ij}^k D\omega^j .$$

Применяя формул (2) отсюда имеем:

$$\omega_i^j \wedge \omega_j^k = d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j + \Lambda_{ij}^k \wedge \omega^\ell \wedge \omega_\ell^j .$$

В силу равенства (3) последнее равенство имеет вид:

$$\omega_i^j \wedge \Lambda_{j\ell}^k \omega^\ell = d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j - \Lambda_{ij}^k \omega_\ell^j \wedge \omega^\ell$$

или

$$\Lambda_{j\ell}^k \omega_i^j \wedge \omega^\ell = d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j - \Lambda_{ij}^k \wedge \omega_\ell^j \wedge \omega^\ell .$$

Отсюда найдем:

$$d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j - \Lambda_{i\ell}^k \omega_j^\ell \wedge \omega^j - \Lambda_{j\ell}^k \omega_i^j \wedge \omega^\ell = 0$$

или

$$\left(d\Lambda_{ij}^k - \Lambda_{i\ell}^k \omega_j^\ell - \Lambda_{\ell j}^k \omega_i^\ell \right) \wedge \omega^j = 0 .$$

Применяя лемму Картана [3] отсюда имеем:

$$d\Lambda_{ij}^k - \Lambda_{i\ell}^k \omega_j^\ell - \Lambda_{\ell j}^k \omega_i^\ell = \Lambda_{ijm}^k \omega^m$$

или

$$d\Lambda_{ij}^k = \left(\Lambda_{ijm}^k + \Lambda_{il}^k \Lambda_{jm}^l + \Lambda_{lj}^k \Lambda_{im}^l \right) \omega^m . \tag{5}$$

Система величин $\left\{ \Lambda_{ij}^k , \Lambda_{ijm}^k \right\}$ образуют геометрический объект второго порядка.

Формулы Френе для линии ω^1 заданного семейства имеют вид:

$$d_1\vec{e}_1 = \Lambda_{11}^2 \vec{e}_2 ,$$

$$d_1\vec{e}_2 = \Lambda_{21}^1 \vec{e}_1 + \Lambda_{21}^3 \vec{e}_3 ,$$

$$d_1\vec{e}_3 = \Lambda_{31}^2 \vec{e}_2 + \Lambda_{31}^4 \vec{e}_4 ,$$

$$d_1\vec{e}_4 = \Lambda_{41}^{3}\vec{e}_3 + \Lambda_{41}^{5}\vec{e}_5,$$
$$d_1\vec{e}_5 = \Lambda_{51}^{4}\vec{e}_4 + \Lambda_{51}^{6}\vec{e}_6,$$
$$d_1\vec{e}_6 = \Lambda_{61}^{5}\vec{e}_5,$$

и $\Lambda_{11}^{3} = -\Lambda_{11}^{3} = 0,\ \Lambda_{11}^{4} = -\Lambda_{41}^{1} = 0,\ \Lambda_{11}^{5} = -\Lambda_{51}^{1} = 0,\ \Lambda_{11}^{6} = -\Lambda_{61}^{1} = 0,$ (6)

$$\Lambda_{21}^{5} = -\Lambda_{51}^{2} = 0,\ \Lambda_{21}^{4} = -\Lambda_{41}^{2} = 0,\ \Lambda_{31}^{5} = -\Lambda_{51}^{3} = 0,\ \Lambda_{61}^{4} = -\Lambda_{41}^{6} = 0. \quad (7)$$

Здесь $k_1^1 = \Lambda_{11}^2,\ k_2^1 = \Lambda_{21}^3,\ k_3^1 = \Lambda_{31}^4,\ k_4^1 = \Lambda_{41}^{5} = -\Lambda_{51}^{4},\ \Lambda_{51}^{6} = -\Lambda_{61}^{5} = 0$ – первая, вторая, третья, четвертая и пятая кривизны линии ω^1 соответственно (где d_1 – символ дифференцирования вдоль линии ω^1).

Псевдофокус [4] F_i^j $(i \neq j)$ касательной к линии ω^i сети Σ_5 определяется следующим радиус-вектором:

$$\vec{F}_i^j = \vec{X} - \frac{1}{\Lambda_{ij}^j}\vec{e}_i = \vec{X} + \frac{1}{\Lambda_{jj}^i}\vec{e}_i. \quad (8)$$

На каждой касательной $(X,\vec{e}_i)$ существуют по пять псевдофокуса. На прямой $(X,\vec{e}_1)$ существуют псевдофокусы $F_1^2, F_1^3, F_1^4, F_1^5, F_1^6$, на прямой $(X,\vec{e}_2)$ – $F_2^1, F_2^3, F_2^4, F_2^5, F_2^6$, на прямой $(X,\vec{e}_3)$ – $F_3^1, F_3^2, F_3^4, F_3^5, F_3^6$, на прямой $(X,\vec{e}_4)$ – $F_4^1, F_4^2, F_4^3, F_4^5, F_4^6$, на прямой $(X,\vec{e}_5)$ – $F_5^1, F_5^2, F_5^3, F_5^4, F_5^6$.

Сеть Σ_6 в $\Omega \subset E_6$ называется циклической сетью Френе [5], если реперы
$\mathfrak{R}_1 = (X,\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3,\vec{e}_4,\vec{e}_5,\vec{e}_6)$, $\mathfrak{R}_2 = (X,\vec{e}_2,\vec{e}_3,\vec{e}_4,\vec{e}_5,\vec{e}_6,\vec{e}_1)$,
$\mathfrak{R}_3 = (X,\vec{e}_3,\vec{e}_4,\vec{e}_5,\vec{e}_6,\vec{e}_1,\vec{e}_2)$, $\mathfrak{R}_4 = (X,\vec{e}_4,\vec{e}_5,\vec{e}_6,\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$,
$\mathfrak{R}_5 = (X,\vec{e}_5,\vec{e}_6,\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3,\vec{e}_4)$, $\mathfrak{R}_6 = (X,\vec{e}_6,\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3,\vec{e}_4,\vec{e}_5)$ являются соответственно реперами Френе для линий ω^1, ω^2, ω^3, ω^4, ω^5, ω^6 сети Σ_6 одновременно.

Пусть сеть Σ_6 является циклической сетью Френе. Ее обозначим через $\tilde{\Sigma}_6$.
Псевдофокус $F_1^5 \in (X,\vec{e}_i)$ определяется радиус-вектором:

$$\vec{F}_1^5 = \vec{X} - \frac{1}{\Lambda_{15}^5}\vec{e}_1 = \vec{X} + \frac{1}{\Lambda_{15}^5}\vec{e}_1. \quad (9)$$

Когда точка X смещается в области $\Omega \subset E_6$, псевдофокус F_1^5 описывает свою область $\Omega_1^5 \subset E_6$. Определяется частичное отображение $f_1^5 : \Omega \to \Omega_1^5$ такое, что $f_1^5(X) = F_1^5$.

Материалы и методы исследования: Метод внешних форм Картана и подвижного репера.

Продифференцируем обычным образом (9) и учитываем деривационные формулы:

$$d\overrightarrow{F_1^5}=\left(\vec{X}-\frac{1}{\Lambda_{15}^{5}}\vec{e}_1\right)=d\vec{X}+d\left(\frac{1}{\Lambda_{15}^{5}}\right)\vec{e}_1-\frac{1}{\Lambda_{15}^{5}}d\vec{e}_1=\omega^i\vec{e}_1-\frac{d\Lambda_{15}^{5}}{\left(\Lambda_{15}^{5}\right)^2}\vec{e}_1+\frac{1}{\Lambda_{15}^{5}}\omega_1^i\vec{e}_i\,.$$

Учитывая равенство (3), (5) отсюда имеем:

$$d\overrightarrow{F_1^5}=\omega^i\vec{e}_i+\frac{\left(\Lambda_{15m}^{5}+\Lambda_{1\ell}^{5}\Lambda_{5m}^{\ell}+\Lambda_{\ell 5}^{5}\Lambda_{1m}^{\ell}\right)\omega^m}{\left(\Lambda_{15}^{5}\right)^2}\vec{e}_1-\frac{1}{\Lambda_{15}^{5}}\omega_1^i\vec{e}_i\,.$$

Введем обозначение:

$$B_{15m}^5=\Lambda_{15m}^{5}+\Lambda_{1\ell}^{5}\Lambda_{5m}^{\ell}+\Lambda_{\ell 5}^{5}\Lambda_{1m}^{\ell}\,.$$

Тогда имеем:

$$d\overrightarrow{F_1^5}=\omega^i\vec{e}_i+\frac{B_{15m}^5\omega^m}{\left(\Lambda_{15}^{5}\right)^2}\vec{e}_1-\frac{\Lambda_{1m}^{i}\omega^m}{\Lambda_{15}^{5}}\vec{e}_i$$

или $$d_1\overrightarrow{F_1^5}=\left[\vec{e}_1+\frac{B_{151}^5}{\left(\Lambda_{15}^{5}\right)^2}\vec{e}_1-\frac{\Lambda_{11}^{i}}{\Lambda_{15}^{5}}\vec{e}_i\right]\omega^1+\left[\vec{e}_2+\frac{B_{152}^5}{\left(\Lambda_{15}^{5}\right)^2}\vec{e}_1-\frac{\Lambda_{12}^{i}}{\Lambda_{15}^{5}}\vec{e}_i\right]\omega^2+$$

$$+\left[\vec{e}_3+\frac{B_{153}^5}{\left(\Lambda_{15}^{5}\right)^2}\vec{e}_1-\frac{\Lambda_{13}^{i}}{\Lambda_{15}^{5}}\vec{e}_i\right]\omega^3+\left[\vec{e}_4+\frac{B_{154}^5}{\left(\Lambda_{15}^{5}\right)^2}\vec{e}_5-\frac{\Lambda_{14}^{i}}{\Lambda_{15}^{5}}\vec{e}_i\right]\omega^4+$$

$$+\left[\vec{e}_5+\frac{B_{155}^5}{\left(\Lambda_{15}^{5}\right)^2}\vec{e}_1-\frac{\Lambda_{15}^{i}}{\Lambda_{15}^{5}}\vec{e}_i\right]\omega^5+\left[\vec{e}_6+\frac{B_{156}^5}{\left(\Lambda_{15}^{5}\right)^2}\vec{e}_2-\frac{\Lambda_{16}^{i}}{\Lambda_{15}^{5}}\vec{e}_i\right]\omega^6.$$

Введем обозначения:

$$\vec{b}_1=\vec{e}_1+\frac{B_{151}^5}{\left(\Lambda_{15}^{5}\right)^2}\vec{e}_1-\frac{\Lambda_{11}^{i}}{\Lambda_{15}^{5}}\vec{e}_i;$$

$$\vec{b}_2=\vec{e}_2+\frac{B_{152}^5}{\left(\Lambda_{15}^{5}\right)^2}\vec{e}_1-\frac{\Lambda_{12}^{i}}{\Lambda_{15}^{5}}\vec{e}_i;$$

$$\vec{b}_3=\vec{e}_3+\frac{B_{153}^5}{\left(\Lambda_{15}^{5}\right)^2}\vec{e}_1-\frac{\Lambda_{13}^{i}}{\Lambda_{15}^{5}}\vec{e}_i;$$

$$\vec{b}_4=\vec{e}_4+\frac{B_{154}^5}{\left(\Lambda_{15}^{5}\right)^2}\vec{e}_1-\frac{\Lambda_{14}^{i}}{\Lambda_{15}^{5}}\vec{e}_i;$$

$$\vec{b}_5=\vec{e}_5+\frac{B_{155}^5}{\left(\Lambda_{15}^{5}\right)^2}\vec{e}_1-\frac{\Lambda_{15}^{i}}{\Lambda_{15}^{5}}\vec{e}_i;$$

$$\vec{b}_5 = \vec{e}_5 + \frac{B^5_{155}}{\left(\Lambda^5_{15}\right)^2}\vec{e}_1 - \frac{\Lambda^i_{15}}{\Lambda^5_{15}}\vec{e}_i;$$

$$\vec{b}_6 = \vec{e}_6 + \frac{B^5_{156}}{\left(\Lambda^5_{15}\right)^2}\vec{e}_1 - \frac{\Lambda^i_{16}}{\Lambda^5_{15}}\vec{e}_i.$$

Тогда имеем:

$$d\overrightarrow{F^5_1} = \omega^1\vec{b}_1 + \omega^2\vec{b}_2 + \omega^3\vec{b}_3 + \omega^4\vec{b}_4 + \omega^5\vec{b}_5 + \omega^6\vec{b}_6.$$

Так как заданная сеть Σ_6 является циклической сетью Френе, векторы $\vec{b}_i$ имеют вид:

$$\begin{aligned}
\vec{b}_1 &= \left[1 + \frac{B^5_{151}}{\left(\Lambda^5_{15}\right)^2}\right]\vec{e}_1 - \frac{\Lambda^2_{11}}{\Lambda^5_{15}}\vec{e}_2;\\
\vec{b}_2 &= \frac{B^5_{152}}{\left(\Lambda^5_{15}\right)^2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \frac{\Lambda^5_{12}}{\Lambda^5_{15}}\vec{e}_5;\\
\vec{b}_3 &= \frac{B^5_{153}}{\left(\Lambda^5_{15}\right)^2}\vec{e}_1 - \frac{\Lambda^2_{13}}{\Lambda^5_{15}}\vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \frac{\Lambda^5_{13}}{\Lambda^5_{15}}\vec{e}_5;\\
\vec{b}_4 &= \frac{B^5_{154}}{\left(\Lambda^5_{15}\right)^2}\vec{e}_1 - \frac{\Lambda^2_{14}}{\Lambda^5_{15}}\vec{e}_2 + \vec{e}_4 - \frac{\Lambda^5_{14}}{\Lambda^5_{15}}\vec{e}_5;\\
\vec{b}_5 &= \frac{B^5_{155}}{\left(\Lambda^5_{15}\right)^2}\vec{e}_1 - \frac{\Lambda^2_{15}}{\Lambda^5_{15}}\vec{e}_2 - \frac{\Lambda^6_{15}}{\Lambda^5_{15}}\vec{e}_6;\\
\vec{b}_6 &= \frac{B^5_{156}}{\left(\Lambda^5_{15}\right)^2}\vec{e}_1 - \frac{\Lambda^2_{16}}{\Lambda^5_{15}}\vec{e}_2 + \left[1 + \frac{\Lambda^6_{16}}{\Lambda^5_{15}}\right]\vec{e}_6.
\end{aligned} \tag{10}$$

В общем случае эти векторы линейно независимы.

Линии ω^i, $g(\omega^i) = \overline{\omega}^i$ называют двойными линиями отображения g, если касательные к ним, взятые в соответствующих точках X и $g(X)$ пересекаются, либо параллельны [6].

Линии ω^i, $g(\omega^i) = \overline{\omega}^i$ в E_5 называются квазидвойными линиями частичного отображения g, если касательные к ним взятые в соответствующих точках X, $g(X)$, принадлежат одному и тому же трехмерному подпространству $\Delta_p(X)$ пространства $E_6\,(2 < p < 6)$.

Основные результаты исследования. Рассмотрим линию γ, принадлежащую четырёхмерному распределению $\Delta_{(1356)} = \left(X, \vec{e}_1, \vec{e}_4, \vec{e}_5, \vec{e}_6\right)$. Её направляющий вектор имеет вид: $\vec{\gamma} = \gamma^1\vec{e}_1 + \gamma^4\vec{e}_4 + \gamma^5\vec{e}_5 + \gamma^6\vec{e}_6$. Найдем координаты направляющего вектора

$\vec{\bar{\gamma}}$ линии $\bar{\gamma} = f_1^5(\gamma)$: $\vec{\bar{\gamma}} = \gamma^1\vec{b}_1 + \gamma^4\vec{b}_4 + \gamma^5\vec{b}_5 + \gamma^6\vec{b}_6$. учитывая (10) отсюда получим:

$$\vec{\bar{\gamma}} = \gamma^1\left(b_1^1\vec{e}_1 + b_1^2\vec{e}_2\right) + \gamma^4\left(b_4^1\vec{e}_1 + b_4^2\vec{e}_2 + \vec{e}_4 + b_4^5\vec{e}_5\right) +$$
$$+\gamma^5\left(b_5^1\vec{e}_1 + b_5^2\vec{e}_2 + b_5^6\vec{e}_6\right) + \gamma^6\left(b_6^1\vec{e}_1 + b_6^2\vec{e}_2 + b_6^6\vec{e}_6\right)$$

или

$$\vec{\bar{\gamma}} = \left(\gamma^1 b_1^1 + \gamma^4 b_4^1 + \gamma^5 b_5^1 + \gamma^6 b_6^1\right)\vec{e}_1 + \left(\gamma^1 b_1^2 + \gamma^4 b_4^2 + \gamma^5 b_5^2 + \gamma^6 b_6^2\right)\vec{e}_2 +$$
$$+\gamma^4\vec{e}_4 + \gamma^4 b_4^5\vec{e}_5 + \left(\gamma^5 b_5^6 + \gamma^6 b_6^6\right)\vec{e}_6,$$

где $b_i^j - j -$тая координата вектора $\vec{b}_i$. Из условия $\vec{\gamma}, \vec{\bar{\gamma}}, XF_1^5 \in \Delta_{(1456)}$ имеем:

$$\gamma^1 b_1^2 + \gamma^4 b_4^2 + \gamma^5 b_5^2 + \gamma^6 b_6^2 = 0$$

Учитывая (10) отсюда получим:

$$\Lambda_{11}^2\gamma^1 + \Lambda_{14}^2\gamma^4 + \Lambda_{15}^2\gamma^5 + \Lambda_{16}^2\gamma^6 = 0. \qquad (11)$$

Обратно, если имеет место (11), то линия γ, принадлежащая распределению $\Delta_4 = \left(X, \vec{e}_1, \vec{e}_4, \vec{e}_5, \vec{e}_6\right)$ является квазидвойной линией отображения f_1^5 (следовательно и пары $\left(f_1^5, \Delta_4\right)$).

Вывод

Доказана **Теорема:** линия γ, принадлежащая распределению $\Delta_{(1456)}$, является квазидвойной линией отображения f_1^5 тогда и только тогда, когда координаты ее касательного вектора $\vec{\gamma}$ удовлетворятся условию (11). Геометрический смысл равенства (11) заключается в следующем. Рассмотрим вектор $\vec{\Lambda} = \lambda^1\vec{e}_1 + \lambda^4\vec{e}_4 + \lambda^5\vec{e}_5 + \lambda^6\vec{e}_6$ с координатами: $\lambda^1 = \Lambda_{11}^2 = \vec{e}_2 \cdot d_1\vec{e}_1$; $\lambda^4 = \Lambda_{14}^2 = \vec{e}_2 \cdot d_4\vec{e}_1$; $\lambda^5 = \Lambda_{15}^2 = \vec{e}_2 \cdot d_5\vec{e}_1$; $\lambda^6 = \Lambda_{16}^2 = \vec{e}_2 \cdot d_6\vec{e}_1$, где d_i – символ дифференецирования вдоль направления ω^1. Равенство (11) означает, что векторы $\vec{\Lambda}$ и $\vec{\gamma}$ ортогональны.

Список литературы:

1. **Рашевский, П.К.** Риманова геометрия и тензорный анализ [Текст] / П.К. Рашевский.- М.: Наука, 1967. – С. 481- 482.
2. **Схоутен, И.А.** Введение в новые методы дифференциальной геометрии [Текст] / И.А. Схоутен, Д.ДЖ.Стройк.- М.: ИЛ, 1948. – 348 с.
3. **Фиников, С.П.** Метод внешних форм Картана в дифференциальной геометрии [Текст] / С.П. Фиников.- М-Л.: Госттехиздат, 1948. – 432 с.
4. **Базылев, В.Т.** О многомерных сетях в евклидовом пространстве [Текст] / В.Т. Базылев // Литовский математический сборник. - 1966. – VI, №4. – С. 475- 491.
5. **Матиева, Г.** Геометрия частичных отображений, сетей и распределений евклидова пространства [Текст] / Г. Матиева // Монография. – Ош, 2003. – С. 212 - 219.
6. **Базылев, В.Т.** О фундаментальных объектах плоских многомерных сетей [Текст] / В.Т. Базылев // Известия ВУЗов Математика.- 1967. – С. 3 - 11.

7. **Абдуллаева, Ч.Х.** Необходимое и достаточное условия неподвижности координатных прямых в частичном отображении трехмерного евклидова пространства [Текст] / Ч.Х. Абдуллаева, Жамшитбек к. К., Элчибек у.К. // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУУ, 2019. – №1. – С. 35– 40.
8. **Абдуллаева, Ч.Х.** О существовании неподвижных прямых в частичном отображениитрехмерного евклидова пространства [Текст] / Ч.Х. Абдуллаева, Жамшитбек к. К., О.М. Кенжаев // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУУ, 2019. – №1. – С. 31– 35.
9. **Абдуллаева, Ч.Х.** О существовании двойных линий частичного отображения пространства [Текст] / Ч.Х. Абдуллаева, Н.Н. Курбанбаева, Акылбек у.Н. // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУУ, 2019. – №3. – С. 37– 30.

Поступила в редакцию 12.05.2021 г.

УДК 13.00.02

Борбоева Г.М.
к. ф.- м. н., доцент Ошского государственного университета, Кыргызская Республика
Каныбек кызы М.
магистрант Ошского государственного университета, Кыргызская Республика
Розибаева М.И.
магистрант Ошский государственного университета, Кыргызская Республика
Мурзакматова Г.Т.
магистрант Ошский государственного университета, Кыргызская Республика

«ЖАНДАШ БУРЧТАР» ТҮШҮНҮГҮН КАЛЫПТАНДЫРУУНУН МИСАЛЫНДА МЕЙКИНДИК ОЙ ЖҮГҮРТҮҮНҮ ӨНҮКТҮРҮҮГӨ ШАРТ ТҮЗҮҮ

Макаланын актуалдуулугу болуп, мектептин геометрия боюнча окуу китебинде жандаш бурчтарга берилген аныктамада, алардын «жалпы чокуга ээ болуу» белгиси, аларды аныктоодо олуттуу белги болуп эсептелинбей, ашыкча белги болушу көрсөтүлгөндүгү саналат. Ошондой эле түшүнүктү калыптандыруунун ар бир этабында окуучунун мейкиндик ой жүгүртүүсүнүн өнүгүүсүнө шарт түзүлбөй жаткандыгын кошууга болот. Бул макала «жандаш бурчтар» түшүнүгүн калыптандыруунун мисалында окуучунун мейкиндик ой жүгүртүүсүн өнүктүрүүгө кандайча шарт түзүүгө боло тургандыгын көрсөтүү максатын көздөйт. Бул жумушта байкоо, салыштыруу, эксперимент сыяктуу изилдөө методдору пайдаланылды. Жумуштун натыйжасы болуп, каралып жаткан түшүнүктү калыптандыруунун ар бир этабы үчүн иштелип чыккан суроолор жана көнүгүүлөр боюнча Блумдун таксономиясы келтирилди. Натыйжаларды пайдалануунун аймагы болуп, геометрияны окутуу процесси саналат. Корутундулап айтканда, мугалимдин түшүнүктүн аныктамасын (мүмкүн болгон учурлардын баарында) окуучуларга «элестетүү» методу менен өз алдынча түздүртүүгө, анын формулировкасын маңызын түшүнүү менен элестетүү аркылуу жаттатууга аракет кылуусу, алардын ой жүгүртүү амалдарынын ийгиликтүү ишке ашышына, б.а. түшүнүктү таанып-билүүнүн жогорку тепкичине көтөрүлүү үчүн шарт түзөөрү саналат. "Жандаш бурчтар" түшүнүгүн бышыктоо этабында окуучуларга макалада сунушталган таблица түздүртүү аркылуу аларда бул түшүнүктүн калыптануу деңгээлин аныктоого боло тургандыгы көрсөтүлдү, түшүнүктү калыптандырууда суроолор жана көнүгүүлөр маалыматтын "кодун" алмаштырууга багытталуусу керектиги айтылды.

Негизги сөздөр: *жандаш бурчтар; геометриялык түшүнүктөр; мейкиндик ой жүгүртүү; аныктама; Блумдун таксономиясы; элестетүү; окуучу; түшүнүктү калыптандыруу этаптары.*