ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 515.122

Жораев А.Х.
к.ф.-м.н., доц. Кыргызско-Узбекс. Межд. универ.им. Б.Сыдыкова, Кыргызская Республика

ҮЧ ӨЛЧӨМДҮҮ ОБЪЕКТТЕРДИ КӨРСӨТҮҮ ҮЧҮН ЖАЛПЫЛАНГАН КӨП КАТМАРЛУУ КИНЕМАТИКАЛЫК МЕЙКИДИКТЕР

Бул жумуштун изилдөө предмети катары кеңейтилген топтомдордун кыймылын башкаруу мүмкүнчүлүгү менен жалпыланган кинематикалык мейкиндиктер болуп саналат. Иштин максаты үч өлчөмдүү мейкиндикте кыймылды ыңгайлуу компьютердик моделдөө үчүн мындай мейкиндиктердин классын аныктоо болуп саналат. Изилдөөнүн максаты: көп катмарлуу эки өлчөмдүү жалпыланган кинематикалык мейкиндик түшүнүгү киргизилген. Объекттердин ар бири өзүнүн номерине ээ жана тиешелүү катмарда жайгашкан. Мындай мейкиндиктер үчүн аксиомалар системасы түзүлөт, ал жалпыланган кинематикалык топологиялык мейкиндиктер үчүн аксиомалардын белгилүү системасын кеңейтет. Алынган натыйжа Кыргызстанда түзүлүп жаткан компьютерде ишке ашырылган объекттердин башкарылуучу табигый кыймылы менен элестетилген топологиялык мейкиндиктердин жалпы теориясына өбөлгө түзөт. Бул натыйжа ар кандай объекттерди жана алардын ортосундагы мамилелерди илимий жана билим берүү максаттарында эффективдүү көрсөтүүгө мүмкүндүк берүүчү программалык жабдууну түзүү үчүн колдонулушу мүмкүн.

Негизги сөздөр: *топологиялык мейкиндик; көп катмарлуу мейкиндик; жалпыланган кинематикалык мейкиндик; компьютер; башкаруу; кыймылдоо; өлчөм.*

ОБОБЩЕННЫЕ МНОГОСЛОЙНЫЕ КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПРОСТРАНСТВА ДЛЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ

Предметом исследования данной статьи являются обобщенные кинематические пространства с возможностью управления движением протяженных множеств. Цель работы - определить класс таких пространств для удобной компьютерной имитации движения в трехмерном пространстве. Для этого введено понятие многослойного двумерного обобщенного кинематического пространства. Каждый из объектов имеет свой номер и находится в соответствующем слое. Построена система аксиом для таких пространств, она расширяет известную систему аксиом для обобщенных кинематических топологических пространств. Полученный результат вносит вклад в создаваемую в Кыргызстане общую теорию виртуальных топологических пространств с управляемым естественным движением объектов, реализуемых на компьютере. Данный результат может быть использован для построения программного обеспечения, дающего возможность эффективно представлять различные объекты и соотношения между ними в научных и учебных целях.

Ключевые слова: *топологическое пространство; многослойное пространство; обобщенное кинематическое пространство; компьютер; управление; движение; размерность.*

GENERALIZED KINEMATIC SPACES FOR THE PRESENTATION OF THREE-DIMENSIONAL OBJECTS

The subject of this article is generalized kinematic spaces with the ability to control the movement of stretched sets. The goal of the work is to determine a class of such spaces for convenient computer simulation of movement in three-dimensional space. For this purpose, the concept of a multilayer two-dimensional generalized kinematic space is introduced. Each of the objects has its number and is located in the corresponding layer. A system of axioms for such spaces is constructed; it extends the known system of axioms for generalized kinematic topological spaces. The obtained result contributes to the general theory of virtual topological spaces with controlled natural movement of objects implemented on a computer being created in

Kyrgyzstan. This result can be used to build software that makes it possible to effectively represent various objects and the relationships between them for scientific and educational purposes.

Keywords: *topological space; multi-layer space; generalized kinematic space; computer; control; motion; dimension.*

Введение. Известное понятие кинематического пространства было основано на минимальном времени передвижения точки из одного положения в другое. Однако передвижение протяженного объекта может занять больше времени. Чтобы обобщить понятие кинематического пространства, мы ввели предлагаем использовать семейство подмножеств, имеющих «длину» - обобщающих понятие «маршрут».

Второй раздел содержит усовершенствованный обзор известных в литературе определений для движения точек и множеств. Разделены управляемое движение точки, представляющей пользователя, и управляемое движение множеств, как частный случай преобразования пространства в целом.

Третий раздел содержит новое определение многослойного обобщенного кинематического пространства, которое можно использовать для компьютерного интерактивного представления различных объектов.

Мы будем использовать обозначения:

Топ-пространства - топологические пространства;

Метр-пространства - метрические пространства;

Кин-пространства - кинематические пространства;

О-кин-пространства – обобщенные кинематические пространства;

$$R := (-\infty,\infty);\ R_+ := [0, \infty);\ Q^k := [0; 1]^k,\ k = 1, 2, 3,...$$

Известные определения для движения точек и множеств

Неформально: управляемое движение точки, отождествляемой с пользователем, в вязком пространстве.

О п р е д е л е н и е 1 [1]-[2]. *Кин-пространство* - это множество G точек и в нем - множество *K маршрутов***.** Каждый маршрут M – это пара из положительного числа $T_M > 0$ (*время* маршрута) и функции $m_M\colon [0, T_M] \to G$ (*траектория* маршрута). Имеют место следующие аксиомы.

(K1) Для любых различных между собой точек z_0, z_1 существует маршрут $M \in K$, от первой точки до второй, и множество значений T_M для таких маршрутов M ограничено снизу некоторым положительным числом.

(K2) Если $M = \{T_M, m_M(t)\} \in K$, то также $\{T_M, m_M(T_M - t)\} \in K$ {всегда возможно движение по этой же траектории в обратном направлении}.

(K3) Если $M = \{T_M, m_M(t)\} \in K$ и $T^* \in (0, T_M)$, то также: $\{T^*, m^*(t) \equiv m_M(t)\ (0 \le t \le T^*)\} \in K$ {движение может остановиться в любой момент}.

(K4) Если $\{T_1, m_1(t)\} \in K$, $\{T_2, m_2(t)\} \in K$ и $m_1(T_1) = m_2(0)$, то пара:

число $T_{12} = T_1 + T_2$ и функция $m_{12}(t) = m_1(t)\ (0 \le t < T_1)$; $m_{12}(t) = m_2(t - T_1)\ (T_1 \le t \le T_1 + T_2)$ также является маршрутом K {транзитивность}.

Для любой функции - траектории маршрута $m_M\colon [0, T_M] \to G$ множество ее значений является *линией*.

Если обозначить через $\rho_K(z_0,z_1)$ минимум множества значений T_M в аксиоме (К1) и дополнительно положить $\rho_K(z,z)=0$, то из аксиом (К2), (К3), (К4) следует, что эта функция удовлетворяет всем аксиомам метрики. Она называется кинематической метрикой.

Определение 2. Если в Метр-пространстве можно ввести такое множество маршрутов, что кинематическая метрика будет совпадать с метрикой этого пространства, то Метр-пространство называется *кинематизируемым*.

Не все Метр-пространства являются кинематизируемыми.

Нами построен пример [6]. Рассмотрим пространство

$$Q^* = \{(x,y)\in Q^2 \mid ((0\le x \le 1)\wedge(y=0))\vee((x=1)\wedge(0\le y \le 1))\} \text{ с метрикой}$$
$$\rho_0((x_1,y_1),(x_2,y_2)):=max\{|x_1-x_2|,|y_1-y_2|\}.$$

Доказано, что оно не кинематизируемо. Имеем: $\rho_0((0,0),(1,1))=1;$ $\rho_0((0,0),(1,0))=1;$ $\rho_0((1,0),(1,1))=1.$

По аксиоме (К1) существует маршрут M, соединяющий точки $(0,0)$ и $(1,1)$ и имеющий время менее 1.5. По аксиоме (К3), существует его подмаршрут, соединяющий точки $(0,0)$ и $(1,0)$. Его время не менее 1. По аксиомам (К2) и (К3), также существует его подмаршрут, соединяющий точки $(0,1)$ и $(1,1)$. Его время не менее 1. По аксиоме (К4), время маршрута M равно сумме этих времен, то есть не менее 2. Это противоречиво.

Рассмотрим теперь управляемое преобразование пространства.

Неформально: управляемое движение деформируемого тела в вязком пространстве.

Нами предложены [3], [4], [5] следующие построения и определения.

Определение 3. Пусть в Топ-пространстве G задано связное множество P. Будем говорить, что непрерывное отображение $F:P\times[0,T]\to G$ осуществляет *движение* множества P, если для фиксированного $t\in[0,T]$ отображение $F(z,t)\colon P\to G$ является инъективным и множество $F(P,t)$ гомеоморфно множеству P.

Для подклассов класса Топ-пространств соответственно вместо гомеоморфизма берется изоморфизм в соответствующем пространстве.

Для Метр-пространств нами было предложено более широкое

Определение 4. Два ограниченных Метр-пространства (два подмножества Метр-пространства) A и B называются *$[\alpha,\beta]$-подобными* $(0<\alpha<1<\beta)$, если существует биективное отображение $f:A\to B$ такое, что

$$\rho_B(f(x),f(y))\in[\alpha,\beta]\rho_A(x,y) \text{ и } \rho_A(f^{-1}(x),f^{-1}(y))\in[\alpha,\beta]\rho_B(x,y).$$

Соответственно, в Метр-пространстве вводится понятие *обобщенное движение с сохранением $[\alpha,\beta]$-подобия*.

Преобразование тоже должно быть не слишком быстрым.

Определение 5. Пусть имеется множество K «связных множеств с положительной длиной каждое»**.** Если выполняются следующие условия, то X называется обобщенным кинематическим пространством.

(G1) Для любых $x_1\neq x_2\in X$ существует такое «связное множество с положительной длиной» $M\in K$, что $x_1, x_2\in M$ и множество длин таких M ограничено снизу положительным числом; точная нижняя грань называется обобщенным кинематическим расстоянием ρ_X между x_1 и x_2.

(G2) Для $x_1, x_2 \in M_1$ и $x_2, x_3 \in M_2$ существует такое «связное множество с положительной длиной» $M_3 \in K$, что $x_1, x_2, x_3 \in M_3$ и $length(M_3) \leq length(M_1) + length(M_2)$.

Если также

(G3) Для любых $x_1 \neq x_2 \in X$ существует такое «связное множество с положитель-ной длиной» $M_{12} \in K$, что $length(M_{12}) = \rho_X(x_1, x_2)$,

то обобщенное кинематическое пространство X называется *плоским* (по отношению к K).

Если «связное множество с положительной длиной» является *марш-рутом*, то Определение 5 обобщает Определение 1.

Многослойное обобщенно-кинематическое пространство

Обозначим это пространство $\boldsymbol{R}^{2+}$. Оно имеет размерность 2 [7]. Объектами этого пространства являются конечное количество пятерок

Z={Связное ограниченное замкнутое множество W из $\boldsymbol{R}^2$ *с отмеченной точкой;*
координаты X и Y отмеченной точки;
цвет C;
натуральное число k - номер слоя}
$=\{ W, X, Y, C, k \}$.

Параллельный сдвиг множества W, так, чтобы отмеченная точка получила координаты X и Y, будем обозначать $W(X, Y)$.

Рассмотрим два объекта из n пятерок каждый:

$$Z_1^* = \{\{ W_1, X_{11}, Y_{11}, C_1, k_1 \}, \ldots, \{ W_n, X_{n1}, Y_{n1}, C_n, k_n \}\},$$
$$Z_2^* = \{\{ W_1, X_{12}, Y_{12}, C_1, k_1 \}, \ldots, \{ W_n, X_{n2}, Y_{n2}, C_n, k_n \}\}.$$

Кинематическая метрика $\rho^+(x_1, x_2)$ в пространстве $\boldsymbol{R}^{2+}{}_n$: сумма всех сдвигов множеств W: $\Sigma\{ | \sqrt{((X_{j1} - X_{j2})^2 + (Y_{j1} - Y_{j2})^2)} : j=1..n\}$.

Накладывается условие: если для

$$Z_1 = \{ W_1, X_1, Y_1, C_1, k_1 \},\ Z_2 = \{ W_2, X_2, Y_2, C_2, k_2 \}$$

будет $k = k_1 = k_2$, то пересечение $\{W_1, X_1, Y_1, C_1, k\} \cap \{W_2, X_2, Y_2, C_2, k\}$ не должно содержать внутренних точек этих множеств.

Также при компьютерной реализации:

- пользователь передвигает одно из множеств по очереди;

- если одна и та же точка (X,Y) принадлежит нескольким множествам с учетом их координат в данный момент, то на дисплее она показывается цветом C множества с самым большим номером слоя k.

Вывод

В рамках методики с помощью предложенного многослойного обобщенно-кинематического пространства будут запрограммированы независимые компьютерные представления новых понятий из различных языков.

Список литературы:

1. **Борубаев, А.А.** Компьютерные представления кинематических топологических пространств [Текст] / А.А.Борубаев, П.С. Панков. – Бишкек: КГНУ, 1999. – 131 с.

2. **Borubaev, A.A.** Spaces Uniformed by Coverings [Текст] / A.A.Borubaev, P.S. Pankov, A.A. Chekeev. - Budapest: Hungarian-Kyrgyz Friendship Society, 2003. – 169 p.
3. **Жораев, А.Х.** Исследование топологических пространств кинематическим методом [Текст] / А.Х. Жораев // Saarbrűcken, Deutschland: Lap Lambert Aca-demic Publishing, 2017. – 78 с.
4. **Жораев, А.Х.** Индуктивное определение кинематической размерности топо-логических пространств [текст] / А.Х. Жораев // Вестник Института математики НАН КР. - Бишкек, 2018.- №1. - С. 139-144.
5. **Жораев, А.Х.** Кинематическая размерность топологических пространств [Текст] / П.С.Панков, А.Х. Жораев // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУУ, 2019.- № 2. - С. 103-106.
6. **Жораев, А. Х.** Определение обобщенных кинематических пространств при помощи связных множеств [Текст] / А.Х. Жораев // Наука. Образование. Техника.- Ош: КУМУ, 2022.- № 1. - С. 41-45.
7. **Александров, П. С.** Введение в теорию размерности [Текст] / П.С. Александров, Б. А. Пасынков. – М.: Наука, 1973. – 577 с.
8. **Pankov, P.S.** Mathematical Models for Independent Computer Presentation of Turkic Languages [текст] / P.S.Pankov, B.J.Bayachorova, M.Juraev // TWMS Journal of Pure and Applied Mathematics, Volume.- 2012. – Pp. 92-102.
9. **Панков, П.С.** Методика экспериментального исследования свойств кинематических пространств [Текст] / П.С. Панков, А.Х. Жораев // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУУ, 2017. – №2. – С. 23– 26.

Поступила в редакцию: 10.01.2024 г.

УДК 517.929

Жээнтаева Ж.К.
к.ф.-м.н., доц. Кырг. -Узбекского Межд. универ. им. Б.Сыдыкова, Кыргызская Республика

КЕЧИГҮҮЧҮ АРГУМЕНТИ МЕНЕН ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН ЧЫГАРЫЛЫШТАРЫНЫН АСИМПТОТИКАЛЫК ТЕОРИЯСЫНДАГЫ АЛГОРИТМДЕР

Бул жумушта убакыттын чексиз көбөйүшүндө чектелген кечигүү менен сызыктуу дифференциалдык теңдемелер үчүн баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын асимптотикалык касиетин аныктоо маселеси каралды. Мурда жарыяланган макалаларда мындай көйгөйлөрдү системалуу изилдөөдө жарым огу боюнча аныкталган функциялардын көптүгү үчүн убакыттын чексиз көбөйүшүндө асимптотикалык эквиваленттүүлүктүн аныктамасы киргизилген: эки чыгарылыштын арасындагы аралык нөлгө умтулат. Ошондой эле чыгарылыштар мейкиндигинде асимптотикалык эквиваленттүүлүктүн болушун камсыз кылуучу теңдемелердин коэффициенттеринин аймактарын эксперименталдык түрдө аныктоо жана чыгарылыштар мейкиндигинде асимптотикалык эквиваленттүүлүктүн бар экендигин далилдөө боюнча эсептөөлөр жүргүзүлгөн. Бул жумушта сунушталган убакыттын чексиз көбөйүшүндө чектелген кечигүү менен сызыктуу дифференциалдык теңдемелер үчүн баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын асимптотикалык касиеттерин орнотуу үчүн компьютерди колдонуунун жалпы ыкмасы башка маселелер үчүн да колдонулушу мүмкүн.

Негизги сөздөр: *сандык тажрыйба; далил боло алуучу эсептөө; дифференциалдык теңдеме; кечигүүчү аргумент; баштапкы маселе.*

АЛГОРИТМЫ В АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ АРГУМЕНТОМ

В данной работе рассматривается проблема установления асимптотического свойства решений начальных задач для линейных дифференциальных уравнений с ограниченным запаздыванием при неограниченном увеличении времени. В ранее опубликованных статьях для систематического исследования таких проблем было введено определение асимптотической эквивалентности при