3. Функция $\xi(t)$ в точке $t = \alpha$ имеет простой полюс и $\alpha \in D_{01}$. Из D_{01} исключена D_{00} – малая не зависящая окрестность точки α и введено обозначение $D_{02} = D_{01} \backslash D_{00}$. Границы D_{00} являются погранслойными линиями;

4. Функция $\Pi(t, \varepsilon)$ существенна только в областях $\big(p(t_0)\big) \cup D_{1\varepsilon}$ и $\big(p(\mathrm{T}_0)\big) \cup D_{2\varepsilon}$ и линии $\big(p(t_0)\big), \big(p(\mathrm{T}_0)\big)$ являются погранслойными, а $D_{1\varepsilon}, D_{2\varepsilon}$-погранслойные области;

5. Функция $z(t, \varepsilon)$ в области $D_{12} \cup D_{22} \cup D_{32}$ имеет порядок ε, α в D_{04} неограничена;

6. Функция $z(t, \varepsilon)$ под влиянием полюса определяет погранслойные линии $(p_3)[B_3, \tilde{B}_3], (p_4)[B_6, \tilde{B}_6]$.

Список литературы:

1. **Алыбаев, К.С.** Существование погранслойных линий для линейных сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст] / К.С. Алыбаев, К.Б. Тампагаров // Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений: Матер. II-й межд. конф., посвящ. 20-летию КРСУ и 100-летию проф. Я.В. Быкова. – Бишкек: КРСУ, 2013. - С.83 – 88.
2. **Панков, П.С.** Явление погранслойных линий и асимптотика решений сингулярно возмущенных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями. [Текст] / П.С. Панков, К.С. Алыбаев, М.Р. Нарбаев, К.Б. Тампагаров // Вестник ОшГУ. – Ош, ОшГУ, 2013. - №1. - С. 227 - 231.
3. **Алыбаев, К.С.** Метод погранслойных линий построения регулярных и сингулярных областей для линейных сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст] / К.С. Алыбаев, К.Б. Тампагаров // Естественные и математические науки в современном мире: сб. статей по материалам XLVII межд. научно-практ. конф. - Новосибирск: СиБАК, 2016. - №10 (45). - С. 59 - 66.
4. **Алыбаев, К.С.** Геометрическая теория сингулярно возмущенного уравнения Бернулли с точкой перевала [Текст] / К.С. Алыбаева, Ш.М. Матанов // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУМУ, 2021. – №3. – С. 40 - 49.
5. **Евграфов, М. А.** Аналитические функции [Текст] / М.А. Евграфов. - М.: Наука, 1968.-234 с.
6. **Лаврентьев М. А.** Методы теории функций комплексного переменного [Текст] / М.А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. - Москва: Наука, 1973. - 739 с.
7. **Федорюк, М.В.** Метод перевала [Текст] /М.В. Федорюк. - Москва: Наука, 1977.- 368с.
8. **Халматов, А.А.** Построение асимптотики решение сингулярно возмущенного уравнения в частных производныз с особой линией [Текст] / А.А. Халматов, Н. Нишанбаева, А.Абсатар к. // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУМУ, 2021. – №3. – С. 29 - 34.
9. **Халматов, А.А.** Построение асимптотики решение сингулярно-возмущенного нелинейного уравнения второго порядка с особой точкой [Текст] / А.А. Халматов, А.А. Балтабаев, Г. Каныбек к. // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУМУ, 2021. – №3. – С. 34-40.

DOI:10.54834/16945220_2022_3_22

Поступила в редакцию 05.09.2022 г.

УДК 514.75

Матиева Г.

д.ф.-м.н., проф. Ошского государственного университета, Кыргызская Республика

Абдуллаева Ч.Х.

к.ф.-м.н, доц. Кыргызско-Узбекского Межд.универ. им Б.Сыдыкова, Кырг. Республика

Нышанбаева Н.Т.

магистрант Ошского государственного университета, Кыргызская Республика

E_5 ЕВКЛИДДИК МЕЙКИНДИГИНДЕ f_2^1 БӨЛҮКТӨП ЧАГЫЛТУУСУНУН КВАЗИ-КОШМОК СЫЗЫКТАРЫНЫН ЖАШАШЫНЫН ЗАРЫЛ ЖАНА ЖЕТИШТҮҮ ШАРТТАРЫ

Изилдөөнүн предмети катары беш ченемдүү евклиддик E_5 мейкиндикти бөлүктөп чагылтуу жараяны каралат. Изилдөөнүн максаты болуп E_5 мейкиндигин бөлүктөп чагылтуунун квазикошмок сызыктарынын жашашынын зарыл жана жетиштүү шарттарын табуу эсептелинет. Изилдөөлөрдө: Картандын сырткы формалар жана кыймылдуу репер методдору колдонулду. Бул жумушта евклиддик беш ченемдүү мейкиндикти бөлүктөп чагылтууга тиешелүү маселе каралган. $\Omega \subset E_5$ аймагында ушундай жылма сызыктардын көптүгү берилген: ар бир $X \in \Omega$ чекити аркылуу берилген көптүктүн бирден гана сызыгы өтөт. Ушул сызык үчүн Френенин репери боло тургандай кыймылдуу репер тандалып алынган. Бул репердин координаталык векторлорунун интегралдык сызыктары Френенин торчосун түзүшөт. Ушул торчонун ω^2 сызыгынын жанымасында F_2^1 чекити инварианттык түрдө аныкталат. X чекити Ω аймагында кыймылга келгенде F_2^1 чекити өзүнүн $\Omega_2^1 \subset E_5$ аймагын сызып чыгат. Натыйжада $f_2^1(X)=F_2^1$ боло тургандай $f_2^1 : \Omega \to \Omega_2^1$ бөлүктөп чагылтуусу аныкталат. Үч ченемдүү бөлүштүрүүлөргө таандык болушкан сызыктардын f_2^1 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыктар болушунун зарыл жана жетиштүү шарттары изилденген. Изилдөөнүн жыйынтыгында үч ченемдүү блштүрүүлөргө таандык болушкан сызыктардын каралып жаткан f_2^1 бөлүктөп чагылтуусу үчүн квазикошмок сызыктар болушунун зарыл жана жетиштүү шарттары табылган.Үч ченемдүү бөлүштүрүүлөргө таандык болушкан сызыктардын f_2^1 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыктары болушунун зарыл жана жетиштүү шарттарын изилдөө макалада алгачкы ирет изилденип жаткандыктан, алынган жыйынтыктар жаңы болуп эсептелинери көрсөтүлгөн. Алынган жыйынтыктар дифференцирленүүчү чагылтуулар теориясында колдонуу үчүн сунушталат.

Негизги сөздөр: *евклиддик мейкиндик; Френенин репери; Френенин торчосу; бөлүктөп чагылтуу; бөлүштүрүү; квазикошмок сызык.*

НЕОБХОДИМЫЕ И ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ КВАЗИДВОЙНЫХ ЛИНИЙ ЧАСТИЧНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ f_2^1 В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ E_5

В данной работе рассмотрена задача, относящаяся к частным отображениям 5- мерного евклидова пространства. В области $\Omega \subset E_5$ задано семейство гладких линий так,что через каждую точку $X \in \Omega$ проходит одна линия заданного семейства. Выбран подвижный репер так, чтобы он был репером Френе для линии заданного семейства. Интегральные линии координатныхз векторных полей этого репера образуют сеть Френе. На касательной к линии ω^2 этой сети инвариантным образом определяется точка F_2^1. Когда точка X смещается в области Ω, точка F_2^1 описывает свою область $\Omega_2^1 \subset E_5$. Таким образом получается частичное отображение $f_2^1 : \Omega \to \Omega_2^1$ такое, что $f_2^1(X)=F_2^1$. Исследованы необходимые и достаточные условия для того, чтобы линии, принадлежащие трехмерным распределениям, являлись квазидвойными линиями частичного отображения f_2^1. Предметом исследования является процесс частичного отображения пятимерного евклидова пространства E_5. Цель исследования - найти необходимые и достаточные условия существования квазидвойных линий частичного отображения пространства E_5. В исследовании использовались: метод внешных форм Картана и метод подвижного репера. В результате исследования были найдены необходимые и достаточные условия существования квазидвойных линий для рассматриваемого частичного отображения f_2^1 линий, принадлежащих трехмерным распределениям. Исследования необходимых и достаточных условий для того, чтобы линии, принадлежащие трехмерным распределениям, являлись квазидвойными линиями частичного отображения f_2^1 рассмотрено впервые, поэтому полученные результаты являются новыми. Полученные результаты рекомендуется для использования в теории дифференцируемых отображений

Ключевые слова: *евклидово пространство; репер Френе; сеть Френе; частичное отображение; распределение; квазидвойная линия.*

NECESSARY AND SUFFICIENT CONDITIONS FOR EXISTENCE OF A QUASIO-DOUBLE LINE OF A THE PARTIAL MAPPING f_2^1 IN SPACE E_5

It is considered the problem related to partial mapping of 5-dimensional Euclidean space E_5. A family of smooth lines is given in the domain $\Omega \subset E_5$ so that through each point $X \in \Omega$ passes one line of a given family. A movable frame is chosen so that it was Frenet's frame for the line of the given family. The integral lines of the coordinate vectors fields of this frame form a Frenet's net. On a tangent to the line ω^2 of this net a point F_2^1 is defined in an invariant way. When the point X moves in the domain Ω the point F_2^1 describes its domain $\Omega_2^1 \subset E_5$. In this way we get a partial mapping $f_2^1 : \Omega \to \Omega_2^1$ such that $f_2^1(X)=F_2^1$. The necessary and sufficient conditions for the lines belonging to 3-dimensional distributions, were quasi-double lines of the partial mapping f_2^1. The subject of research is the process of partial mapping of the five-dimensional Euclidean space E_5. The purpose of the study is to find the necessary and sufficient conditions for the existence of quasi-double *lines of a partial space mapping f_2^1. The study used: the method of external forms of Cartan and the method of moving reper. As a result of the study, necessary and sufficient conditions for the existence of quasi-double lines for the considered partial mapping of lines belonging to three-dimensional distributions were found. The study of necessary and sufficient conditions for lines belonging to three-dimensional distributions to be quasi-double lines of a partial mapping f_2^1 is considered for the first time, so the results obtained are new. The results obtained are recommended for use in the theory of differentiable mappings.*

Key words: *Euclidean space; Frenet frame; net of Frenet; partial mapping; distribution; quasi-double line.*

Киришүү. $\Omega \subset E_5$ мейкиндигинин Ω аймагында ушундай жылма сызыктардын көптүгү берилген $X \in \Omega$ ар бир чекити аркылуу берилген көптүктүн бирден гана сызыгы өтөт. Орто нормаланган, $\Re = (X, \vec{e}_i)$ $(i, j, k = \overline{1,5})$ реперин Ω аймагында бул репер берилген көптүктүн ω^1 сызыгы үчүн Френенин репери [1], [2] боло тургандай тандап алабыз. $\Re$ реперинин деривациондук формулалары төмөнкүдөй көрүнүштө болушат:

$$d\vec{X} = \omega^i \vec{e}_i, \; d\vec{e}_i = \omega_i^k \vec{e}_k \; . \tag{1}$$

Мындагы ω^i, ω_i^k дифференциалдык формалары евклиддик мейкиндиктин структуралык теңдемелерин канааттандырышат:

$$D\omega^i = \omega^k \wedge \omega_k^i, \; D\omega_i^k = \omega_i^j \wedge \omega_j^k, \; \omega_i^j + \omega_j^i = 0 . \tag{2}$$

$\vec{e}_i$ вектордук талааларынын интегралдык сызыктары берилген көптүктүн ω^1 сызыгы үчүн Френенин торчосун [1] $\sum_5$ түзүшөт. $\Re$ репери $\sum_5$, торчосунун сызыктарынын жанымаларына тургузулгандыктан, ω_i^k формалары башкы формалар болушат, б.а.

$$\omega_i^k = \Lambda_{ij}^k \omega^j . \tag{3}$$

(2) формулалардын акыркы барабардыгын эске алсак, анда төмөндөгү келип чыгат:

$$\Lambda_{ij}^k = -\Lambda_{kj}^i . \tag{4}$$

(3) барабардыкты сырттан дифференцирлеп төмөндөгүнү алабыз:

$$D\omega_i^k = d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j + \Lambda_{ij}^k D\omega^j .$$

Мындан, (2) формуланы колдонсок, төмөндөгү келип чыгат:

$$\omega_i^j \wedge \omega_j^k = d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j + \Lambda_{ij}^k \wedge \omega^\ell \wedge \omega_\ell^j \cdot$$

(3) формуланын негизинде акыркы барабардык төмөндөгүдөй көрүнүшкө келет:

$$\omega_i^j \wedge \Lambda_{j\ell}^k \omega^\ell = d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j - \Lambda_{ij}^k \omega_\ell^j \wedge \omega^\ell$$

же

$$\Lambda_{j\ell}^k \omega_i^j \wedge \omega^\ell = d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j - \Lambda_{ij}^k \wedge \omega_\ell^j \wedge \omega^\ell .$$

(барабардыктын оң жагындагы экинчи мүчөдө жана индекстеринин ордун алмаштырдык). Мындан төмөндөгүнү алабыз:

$$d\Lambda_{ij}^k \wedge \omega^j - \Lambda_{i\ell}^k \omega_j^\ell \wedge \omega^j - \Lambda_{j\ell}^k \omega_i^j \wedge \omega^\ell = 0$$

же

$$\left(d\Lambda_{ij}^k - \Lambda_{i\ell}^k \omega_j^\ell - \Lambda_{\ell j}^k \omega_i^\ell \right) \wedge \omega^j = 0 .$$

Акыркы барабардыкка Картандын леммасын [3] колдонуп төмөндөгүгө ээ болобуз:

$$d\Lambda_{ij}^k - \Lambda_{i\ell}^k \omega_j^\ell - \Lambda_{\ell j}^k \omega_i^\ell = \Lambda_{ijm}^k \omega^m$$

же
$$d\Lambda^k_{ij} = \left(\Lambda^k_{ijm} + \Lambda^k_{l}\Lambda^l_{jn} + \Lambda^k_{j}\Lambda^l_{in}\right)\omega^m . \quad (5)$$

Чоңдуктардын $\left\{\Lambda^k_{ij}, \Lambda^k_{ijm}\right\}$ системасы экинчи тартиптеги геометриялык объектти түзүшөт.

Берилген көптүктүн ω^1 сызыгы үчүн Френенин формулалары төмөндөгүдөй көрүнүштө болушат:

$$d_1\overrightarrow{e_1} = \Lambda^2_1 \overrightarrow{e_2},$$

$$d_1\overrightarrow{e_2} = \Lambda^1_2 \overrightarrow{e_1} + \Lambda^3_2 \overrightarrow{e_3},$$

$$d_1\overrightarrow{e_3} = \Lambda^2_3 \overrightarrow{e_2} + \Lambda^4_3 \overrightarrow{e_4},$$

$$d_1\overrightarrow{e_4} = \Lambda^3_4 \overrightarrow{e_3} + \Lambda^5_4 \overrightarrow{e_5},$$

$$d_1\overrightarrow{e_5} = \Lambda^4_5 \overrightarrow{e_4},$$

жана $\Lambda^3_1 = -\Lambda^3_1 = 0, \quad \Lambda^4_1 = -\Lambda^1_4 = 0, \Lambda^5_1 = -\Lambda^1_5 = 0$ (6)

$$\Lambda^5_2 = -\Lambda^2_3 = 0,\ \Lambda^4_2 = -\Lambda^2_4 = 0,\ \Lambda^5_3 = -\Lambda^3_3 = 0 . \quad (7)$$

мындагы $k^1_1 = \Lambda^2_{11},\ k^1_2 = \Lambda^3_{21},\ k^1_3 = \Lambda^4_{31},\ k^1_4 = \Lambda^5_4 = -\Lambda^4_5$ - ω^1 сызыгынын биринчи, экинчи, үчүнчү жана төртүнчү ийриликтери (тиешелеш түрдө), d_1 – ω^1 сызыгы боюнча дифференцирлөөнүн символу.

$\sum_5$ торчосунун ω^1 сызыгынын жанымасындагы F^j_i $(i \neq j)$ псевдофокусу төмөндөгүдөй радиус – вектор менен аныкталат:

$$\overrightarrow{F^j_i} = \vec{X} - \frac{1}{\Lambda^j_j}\vec{e_i} = \vec{X} + \frac{1}{\Lambda^i_j}\vec{e_i} . \quad (8)$$

Ар бир $\left(X, \vec{e}_i\right)$ жанымасында төрттөн псевдофокус жашайт:

$\left(X, \vec{e}_1\right)$ жанымасында – $F^2_1, F^3_1, F^4_1, F^5_1$,

$\left(X, \vec{e}_2\right)$ жанымасында – $F^1_2, F^3_2, F^4_2, F^5_2$,

$\left(X, \vec{e}_3\right)$ жанымасында – $F^1_3, F^2_3, F^4_3, F^5_3$,

$\left(X, \vec{e}_4\right)$ жанымасында – $F^1_4, F^2_4, F^3_4, F^5_4$,

$\left(X, \vec{e}_5\right)$ жанымасында – $F^1_5, F^2_5, F^3_5, F^4_5$.

$\Omega \subset E_5$ аймагындагы $\sum_5$ торчосу Френенин циклдик торчосу деп аталат, эгерде төмөндөгү реперлер бир учурда $\omega^1, \omega^2, \omega^3, \omega^4, \omega^5$ сызыктары үчүн (тиешелеш түрдө) Френенин реперлери болушса: $\Re_1 = \left(X, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5\right)$, $\Re_2 = \left(X, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5, \vec{e}_1\right)$,

$\Re_3 = \left(X,\ \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5, \vec{e}_1, \vec{e}_2\right)$, $\Re_4 = \left(X, \vec{e}_4, \vec{e}_5, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right)$, $\Re_5 = \left(X, \vec{e}_5, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right)$.

$\sum_5$ торчосу Френенин циклдик торчосу болсун деп эсептейли жана аны $\tilde{\Sigma}_5$ көрүнүшүндө белгилейбиз.

Изилдөөнүн материалдары.

$F_2^1 \in (X, \vec{e}_2)$ псевдофокусу төмөндөгүдөй радиус – вектор менен аныкталат:

$$\overrightarrow{F_2^1} = \vec{X} - \frac{1}{\Lambda_{21}^1}\vec{e}_2 = \vec{X} + \frac{1}{\Lambda_{12}^1}\vec{e}_2 . \tag{9}$$

X чекити $\Omega \subset E_5$ аймагында кыймылга келгенде F_2^1 псевдофокусу өзүнүн $\Omega_2^1 \subset E_5$ аймагын “сызып” чыгат. Натыйжада $f_2^1(X) = F_2^1$ боло тургандай $f_2^1 : \Omega \to \Omega_2^1$ бөлүктөп чагылтуусуна ээ болобуз.

(9) барабардыкты дифференцирлейбиз:

$$\overrightarrow{dF_2^1} = d\vec{X} - d\left(\frac{1}{\Lambda_{21}^1}\right)\vec{e}_2 - \frac{1}{\Lambda_{21}^1}d\vec{e}_2$$

Мындан (1), (2), (3), (5) формулаларын эске алып, төмөндөгүгө ээ болобуз:

$$\overrightarrow{dF_2^1} = \omega^m\vec{e}_m + \frac{A_{21m}^1\omega^m}{(\Lambda_{21}^1)^2}\vec{e}_2 - \frac{1}{\Lambda_{21}^1}\Lambda_{2m}^i\omega^m\vec{e}_i ,$$

мында $d\Lambda_{21}^1 = (\Lambda_{21m}^1 + \Lambda_{2\ell}^5\Lambda_{1m}^\ell + \Lambda_{\ell 1}^1\Lambda_{2m}^\ell)\omega^m = A_{21m}^1\omega^m$.

$d\overrightarrow{F_2^1}$ векторун төмөндөгүдөй жазабыз:

$$d\overrightarrow{F_2^1} = \left[\vec{e}_1 + \frac{A_{211}^1}{(\Lambda_{21}^1)^2}\vec{e}_2 - \frac{\Lambda_{21}^i}{\Lambda_{21}^1}\vec{e}_i\right]\omega^1 + \left[\vec{e}_2 + \frac{A_{212}^1}{(\Lambda_{21}^1)^2}\vec{e}_2 - \frac{\Lambda_{22}^i}{\Lambda_{21}^1}\vec{e}_i\right]\omega^2 +$$

$$+\left[\vec{e}_3 + \frac{A_{213}^1}{(\Lambda_{21}^1)^2}\vec{e}_2 - \frac{\Lambda_{23}^i}{\Lambda_{21}^1}\vec{e}_i\right]\omega^3 + \left[\vec{e}_4 + \frac{A_{214}^1}{(\Lambda_{21}^1)^2}\vec{e}_2 - \frac{\Lambda_{14}^i}{\Lambda_{21}^1}\vec{e}_i\right]\omega^4 +$$

$$+\left[\vec{e}_5 + \frac{A_{215}^1}{(\Lambda_{21}^1)^2}\vec{e}_2 - \frac{\Lambda_{25}^i}{\Lambda_{21}^1}\vec{e}_i\right]\omega^5 .$$

$\tilde{\Sigma}_5$ торчосу Френенин циклдик торчосу экендигин эске алсак, анда $\overrightarrow{dF_2^1} = \omega^i\vec{a}_i$, мында $\vec{a}_i$ төмөндөгүдөй көрүнүшкө ээ болушат:

$$\begin{aligned}
\vec{a}_1 &= \frac{A_{211}^1}{(\Lambda_{21}^1)^2}\vec{e}_2 - \frac{\Lambda_{21}^3}{\Lambda_{15}^5}\vec{e}_3 ;\\
\vec{a}_2 &= \left[1 + \frac{A_{212}^1}{(\Lambda_{21}^1)^2}\right]\vec{e}_2 - \frac{\Lambda_{22}^3}{\Lambda_{21}^1}\vec{e}_3 ;\\
\vec{a}_3 &= -\frac{\Lambda_{23}^1}{\Lambda_{21}^1}\vec{e}_1 + \frac{A_{213}^1}{(\Lambda_{21}^1)^2}\vec{e}_2 + \vec{e}_3 ;\\
\vec{a}_4 &= -\frac{\Lambda_{21}^4}{\Lambda_{21}^1}\vec{e}_1 + \frac{A_{214}^1}{(\Lambda_{21}^1)^2}\vec{e}_2 - \frac{\Lambda_{24}^3}{\Lambda_{21}^1}\vec{e}_3 + \vec{e}_4 ;\\
\vec{a}_5 &= -\frac{\Lambda_{25}^1}{\Lambda_{21}^1}\vec{e}_1 + \frac{A_{215}^1}{(\Lambda_{21}^1)^2}\vec{e}_2 - \frac{\Lambda_{25}^3}{\Lambda_{21}^1}\vec{e}_3 + \vec{e}_5
\end{aligned} \tag{10}$$

$\Delta_{(123)}=\left(X,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_3}\right)$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон ℓ сызыгын карайбыз. Анын жаныма вектору $\vec{\ell}=\ell^1\overrightarrow{e_1}+\ell^2\overrightarrow{e_2}+\ell^3\overrightarrow{e_3}$ болот

$f_2^1(\ell)=\bar{\ell}$ сызыгынын жаныма векторун $\vec{\vec{\ell}}=\ell^1\overrightarrow{\dot{a}_1}+\ell^2\overrightarrow{\dot{a}_2}+\ell^3\overrightarrow{\dot{a}_3}$ көрүнүшүндө издейбиз. (10) формулаларды эске алсак төмөндөгү келип чыгат:

$$\vec{\vec{\ell}}=\left(\ell^1a_1^2+\ell^2a_2^2+\ell^3a_3^2\right)\overrightarrow{e_2}+\ell^3a_3^1\overrightarrow{e_1}+\left(\ell^1a_1^3+\ell^2a_2^3\right)\overrightarrow{e_3}.$$

$\vec{\ell},\vec{\vec{\ell}},\overrightarrow{XF_2^1}\in\Delta_{(123)}$ шарты аткарылат экен. Демек, ℓ сызыгы ар дайым $\left(f_2^1,\Delta_{(123)}\right)$ түгөйүнүн квазикошмок сызыгы болот экен.

$\Delta_{(124)}=\left(X,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_4}\right)$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон *m* сызыгын карайлы. Анын жаныма вектору $\vec{m}=m^1\overrightarrow{e_1}+m^2\overrightarrow{e_2}+m^4\overrightarrow{e_4}$ болот. $\bar{m}=f_2^1(m)$ сызыгынын жаныма вектору төмөндөгүдөй боло тургандыгын (жогорудагыга окшош эле) жеңил эле көрсөтүүгө болот:

$$\vec{\vec{m}}=m^4a_4^1\overrightarrow{e_1}+\left(m^1a_1^2+m^2a_2^2+m^4a_4^2\right)\overrightarrow{e_2}+\left(m^1a_1^3+m^2a_2^3+m^4a_4^3\right)\overrightarrow{e_3}+m^4\overrightarrow{e_4}.$$

$\vec{m},\vec{\vec{m}},\overrightarrow{XF_2^1}\in\Delta_{(124)}$ шартынан төмөндөгү келип чыгат:

$$m^1a_1^3+m^2a_2^3+m^4a_4^3=0\,.$$

Мындан (10) формулаларды эске алуу менен төмөндөгүнү алабыз:

$$\Lambda_{21}^3m^1+\Lambda_{22}^3m^2-\Lambda_{24}^3m^4=0 \tag{11}$$

Тескерисинче, эгерде (11) шарты орун алса, анда $\Delta_{(124)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон m сызыгы $\left(f_2^1,\Delta_{(124)}\right)$ түгөйүнүн квазикошмок сызыгы болот.

Жогорудагыга окшош эле $\Delta_{(125)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон *k* сызыгын карайбыз. Анын жаныма вектору $\vec{k}=k^1\overrightarrow{e_1}+k^2\overrightarrow{e_2}+k^5\overrightarrow{e_5}$ болот. $\bar{k}=f_2^1(k)$ сызыгынын жаныма векторун $\vec{\vec{k}}=k^1\overrightarrow{\dot{a}_1}+k^2\overrightarrow{\dot{a}_2}+k^5\overrightarrow{\dot{a}_5}$ көрүнүшүндө издейбиз. (10) формулаларды эске алып, төмөндөгүгө ээ болобуз:

$$\vec{\vec{k}}=k^5a_5^1\overrightarrow{e_1}+\left(k^1a_1^2+k^2a_2^2+k^5a_5^2\right)\overrightarrow{e_2}+\left(k^1a_1^3+k^2a_2^3+k^5a_5^3\right)\overrightarrow{e_3}+k^5\overrightarrow{e_5}.$$

$\vec{k},\vec{\vec{k}},\overrightarrow{XF_2^1}\in\Delta_{(125)}$ шартынан төмөндөгүнү алабыз:

$$k^1\Lambda_{21}^3+k^2\Lambda_{22}^{3\;2}-k^5\Lambda_{25}^3=0 \tag{12}$$

мында $\Lambda_{21}^3-\tilde{\Sigma}_5$ торчосунун ω^1 сызыгынын экинчи ийрилиги; Λ_{22}^3 – ушул торчонун ω^2 сызыгынын биринчи ийрилиги; $\Lambda_{25}^3=np_{\overrightarrow{e_3}}\overrightarrow{\Lambda}_{25}$, $\overrightarrow{\Lambda}_{25}=d_5\overrightarrow{e_2}$.

Тескерисинче, эгерде (12) шарты орун алса, анда $\Delta_{(125)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон *k* сызыгы $\left(f_2^1,\Delta_{(125)}\right)$ түгөйүнүн квазикошмок сызыгы болот.

Ошентип, $\Delta_{(125)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон *k* сызыгы $\left(f_2^1,\Delta_{(125)}\right)$ түгөйүнүн квазикошмок сызыгы болушу үчүн (б) шартынын орун алышы зарыл жана жетиштүү.

Эми $\Delta_{(135)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон h сызыгын карайбыз. Анын жаныма вектору $\vec{h} = h^1\vec{e}_1 + h^3\vec{e}_3 + h^5\vec{e}_5$ болот. $\bar{h} = f_2^1(h)$ сызыгынын жаныма векторун $\vec{\bar{h}} = h^1\vec{\bar{a}}_1 + h^3\vec{\bar{a}}_3 + h^5\vec{\bar{a}}_5$ көрүнүшүндө издейбиз. (10) формулаларды эске алып, төмөндөгүгө ээ болобуз:

$$\vec{\bar{h}} = \left(h^3a_3^1 + h^5a_5^1\right)\vec{e}_1 + \left(h^1a_1^2 + h^3a_3^2 + h^5a_5^2\right)\vec{e}_2 + \left(h^1a_1^3 + h^3a_2^3 + h^5a_5^3\right)\vec{e}_3 + h^5\vec{e}_5.$$

$\vec{h}, \vec{\bar{h}}, \overrightarrow{XF_2^1} \in \Delta_{(135)}$ шартынан:

$$h^1a_1^2 + h^3a_3^2 - h^5a_5^2 = 0$$

келип чыгат, мында a_i^j – $\vec{a}_i$ векторунун j координатасы. (10) формулаларды эске алып, акыркы барабардыктан төмөндөгүнү алабыз.

$$h^1A_{211}^1 + h^3A_{213}^1 + h^5A_{215}^1 = 0. \qquad (13)$$

Тескерисинче, эгерде (13) шарты орун алса, анда $\Delta_{(135)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон h сызыгы $\left(f_2^1, \Delta_{(135)}\right)$ түгөйүнүн квазикошмок сызыгы болот.

Жыйынтыктар:

Жогорудагы изилдөөлөрдүн негизинде төмөндөгүдөй теорема далилденди.

1) $\Delta_{(124)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон m сызыгы $\left(f_2^1, \Delta_{(124)}\right)$ бөлүктөп чагылтуусунун (демек, f_2^1 бөлүктөп чагылтуусунун да) квазикошмок сызыгы болушу үчүн (11) шартынын орун алышы зарыл жана жетиштүү;

2) $\Delta_{(125)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон k сызыгы f_2^1 бөлүктөп чагылтуусунун (демек, $\left(f_2^1, \Delta_{(124)}\right)$ түгөйүнүн) квазикошмок сызыгы болушу үчүн (12) шарт орун алышы зарыл жана жетиштүү;

3) $\Delta_{(135)}$ бөлүштүрүүсүнө таандык болгон h сызыгы f_2^1 бөлүктөп чагылтуусунун (демек, $\left(f_2^1, \Delta_{(125)}\right)$ түгөйүнүн) квазикошмок сызыгы болушу үчүн (13) шартынын орун алышы зарыл жана жетиштүү.

Адабияттардын тизмеси:

1. **Рашевский, П.К.** Риманова геометрия и тензорный анализ [Текст] / П.К. Рашевский. – М.: Наука, 1967. – С. 481-482.
2. **Схоутен, И.А.** Введение в новые методы дифференциальной геометрии [Текст] / И.А. Схоутен, Д.Дж. Стройк. – М.: ИЛ, 1948. – Т. 2. – 348 с.
3. **Фиников, С.П.** Метод внешних форм Картана в дифференциальной геометрии [Текст] / С.П. Фиников. – М-Л.: Госттехиздат, 1948. – 432 с.
4. **Базылев, В.Т.** О многомерных сетях в евклидовом пространстве [Текст] / В.Т. Базылев // Литовский математический сборник. – 1966. - № 4. – С. 475-491.
5. **Матиева, Г.** Геометрия частичных отображений, сетей и распределений евклидова пространства [Текст]: монография / Г. Матиева. – Ош, 2003. – С. 212-219.
6. **Базылев, В.Т.** О фундаментальных объектах плоских многомерных сетей [Текст] / В.Т. Базылев // Известия ВУЗов Математика. – 1967. – С. 3-11.
7. **Абдуллаева, Ч.Х.** E_6 евклиддик мейкиндигинде ($\left(f_1^5, \Delta_4\right)$ түгөйүнүн квази-кошмок сызыгынын жа-

шашынын зарыл жана жетиштүү шарттары [Текст] / [Ч.Х. Абдуллаева, М.Х. Абдулазизова, Б.Т. Адиева и др.] // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУМУ, 2021. - №2. – С. 13- 20.

8. **Абдуллаева, Ч.Х.** Төрт ченемдүү E4 евклиддик мейкиндикте (f, D3) түгөйүнүн квазикошмок сызыктарынын жашашы жөнүндө [Текст] / [Ч.Х. Абдуллаева, Ч.А. Мустапакулова, Ж. Алимова и др.] // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУМУ, 2022. - № 1. – С. 52- 58.
9. **Абдуллаева, Ч.Х.** Необходимое и достаточное условия неподвижности координатных прямых в частичном отображении трехмерного евклидова пространства… [Текст] / [Ч.Х. Абдуллаева, К. Жамшитбек кызы, К. Элчибек уулу] // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУУ, 2019. - №1. – С. 35-40.
10. **Абдуллаева, Ч.Х.** О существовании неподвижных прямых в частичном отображении трехмерного евклидова пространства [Текст] / [Ч.Х. Абдуллаева, К. Жамшитбек кызы, О.М. Кенжаев] // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУУ, 2019. - №1. – С. 31-35.

DOI:10.54834/16945220_2022_3_32

Поступила в редакцию 20.05.2022 г.

УДК 514.75

Матиева Г.

д. ф.-м.н., проф. Ошского государственного университета, Кыргызская Республика

Абдуллаева Ч.Х.

к. ф.-м.н, доц. Кырг.-Узб. Межд. универ. им. Б. Сыдыкова, Кыргызская Республика

Рустамова Н.О.

магистрант Ошского государственного университета, Кыргызская Республика

E_5 ЕВКЛИДДИК МЕЙКИНДИГИНДЕ f_5^4 БӨЛҮКТӨП ЧАГЫЛТУУСУНУН КВАЗИКОШМОК СЫЗЫКТАРЫНЫН ЖАШАШЫ ЖӨНҮНДӨ

Изилдөөнүн предмети катары беш ченемдүү евклиддик E_5 мейкиндикти бөлүктөп чагылтуу жараяны каралат. Изилдөөнүн максаты болуп E_5 мейкиндигин бөлүктөп чагылтуунун квазикошмок сызыктарынын жашашынын зарыл жана жетиштүү шарттарын табуу эсептелинет. Изилдөөлөрдө: Картандын сырткы формалар жана кыймылдуу репер методдору колдонулду. Бул жумушта евклиддик беш ченемдүү мейкиндикти бөлүктөп чагылтууга тиешелүү маселе каралган. $\Omega \subset E5$ аймагында ушундай жылма сызыктардын көптүгү берилген: ар бир $X \in \Omega$ чекити аркылуу берилген көптүктүн бирден гана сызыгы өтөт. Ушул сызык үчүн Френенин репери боло тургандай кыймылдуу репер тандалып алынган. Бул репердин координаталык векторлорунун интегралдык сызыктары Френенин торчосун түзүшөт. Ушул торчонун ω2 сызыгынын жанымасында F_5^4 чекити инварианттык түрдө аныкталат. X чекити Ω аймагында кыймылга келгенде F_5^4 чекити өзүнүн $\Omega_5^4 \subset E_5$ аймагын сызып чыгат. Натыйжада $f_5^4(X) = F_5^4$ болгон $f_5^4 : \Omega \to \Omega_5^4$ бөлүктөп чагылтуусу аныкталат. Үч ченемдүү бөлүштүрүүлөргө таандык болушкан сызыктардын f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыктар болушунун зарыл жана жетиштүү шарттары изилденген. Изилдөөнүн жыйынтыгында үч ченемдүү бөлүштүрүүлөргө таандык болушкан сызыктардын каралып жаткан f_5^4 бөлүктөп чагылтуусу үчүн квазикошмок сызыктар болушунун зарыл жана жетиштүү шарттары табылган. Үч ченемдүү бөлүштүрүүлөргө таандык болушкан сызыктардын f_5^4 бөлүктөп чагылтуусунун квазикошмок сызыктары болушунун зарыл жана жетиштүү шарттарын изилдөө макалада алгачкы ирет изилденип жаткандыктан, алынган жыйынтыктар жаңы болуп эсептелинери көрсөтүлгөн. Алынган жыйынтыктар дифференцирленүүчү чагылтуулар теориясында колдонуу үчүн сунушталат.

Негизги сөздөр: *евклиддик мейкиндик; Френенин репери; Френенин торчосу; бөлүктөп чагылтуу; бөлүштүрүү; квазикошмок сызык.*

О СУЩЕСТВОВАНИИ КВАЗИДВОЙНЫХ ЛИНИЙ ЧАСТИЧНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ f_5^4 В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ E_5

В данной работе рассмотрена задача, относящаяся к частным отображениям 5- мерного евклидова пространства. В области $\Omega \subset E_5$ задано семейство гладких линий так, что через каждую точку $X \in \Omega$ проходит одна линия заданного семейства. Выбран подвижный репер так, чтобы он был репером Френе для линии заданного семейства. Интегральные линии координатных векторных полей этого репера образуют сеть Френе. На касательной к линии ω^2 этой сети инвариантным образом определяется точка F_5^4. Когда точка X смещается в области Ω, точка F_5^4 описывает свою область